CANGURO 2023

Con las soluciones desarrolladas paso a paso
de todos los problemas de los niveles 3, 4, 5 y 6

Gerard Romo Garrido

TooMates
Coolección

Toomates Coolección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "**licencias digitales**" con las que las editoriales pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo libro, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.

Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de licencias digitales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía**.

El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las editoriales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de unos libros de texto que actualmente son muy mediocres, y no mediante retorcidas técnicas comerciales.

¡Libérate de la tiranía y mediocridad de las editoriales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos

Toomates Coolección **Problem Solving** (en español):

Geometría Axiomática , Problemas de Geometría 1 , Problemas de Geometría 2
Introducción a la Geometría , Álgebra , Teoría de números , Combinatoria , Probabilidad
Trigonometría , Desigualdades , Números complejos , Funciones

Toomates Coolección **Llibres de Text** (en catalán):

Nombres (Preàlgebra) , Àlgebra , Proporcionalitat , Mesures geomètriques , Geometria analítica
Combinatòria i Probabilitat , Estadística , Trigonometria , Funcions , Nombres Complexos ,
Àlgebra Lineal , Geometria Lineal , Càlcul Infinitesimal , Programació Lineal , Mates amb Excel

Toomates Coolección **Compendiums**:

PAU España: Cataluña TEC Cataluña CCSS Valencia Galicia País Vasco Baleares
PAU Internacional: Portugal A Portugal B Italia UK (A Level) IB Francia (BAC)
Canguro: ESP CAT FR USA UK AUS Canguro 2023 Canguro 2024
USA: Mathcounts AMC 8 10 12 AIME USAJMO USAMO TSTST TST ELMO Putnam
España: OME OMEFL OMEC OMEA OMEM CDP
Internacional: IMO OMI IGO SMT INMO CMO REOIM Arquimede HMMT BMO
Pruebas acceso: ACM4 , CFGS , PAP
Pizzazz!: Book A Book B Book C Book D Book E Pre-Algebra Algebra
AHSME: Book 1 Book 2 Book 3 Book 4 Book 5 Book 6 Book 7 Book 8 Book 9

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales, para facilitar su edición. Descarga en los siguientes enlaces la versión "**.doc**" de este documento:

www.toomates.net/biblioteca/Canguro2023.doc

¡Ayuda a mejorar! Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a **toomates@gmail.com**

¡No utilices una versión anticuada! Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.

Versión de este documento: **12/05/2024**

Consulta el **Catálogo de libros** Toomates Coolección en http://www.toomates.net/biblioteca.htm
Visita mi **Canal de Youtube**: **https://www.youtube.com/c/GerardRomo**
Visita mi pàgina web: **www.toomates.net** **¡Matemáticas patós!**

Índex.

Tabla de correspondencia Canguro/Cangur/Kangaroo/Kangourou.

	ESPAÑA			UK (England & Wales)		USA		FRANCIA	
EDAD	CURSO	CANGURO	CANGUR (Catalunya)	YEAR	KANGAROO	Grado USA	KANGAROO	Curso	KANGOUROU
6/7	1º Prim.			2		1th			
7/8	2º Prim.			3		2nd	Felix		
8/9	3º Prim.			4		3th		CE2	
9/10	4º Prim.			5		4th	Ecolier	CM1	
10/11	5º Prim.		P5	6		5th		CM2	**E** Écoliers
11/12	6º Prim.		P6	7		6th	Benjamin	6ème	
12/13	1º ESO	N1	E1	8		7th		5ème	**B** Benjamins
13/14	2º ESO	N2	E2	9	Grey	8th	Cadet	4ème	
14/15	3º ESO	N3	E3	10		9th		3ème	**C** Cadets
15/16	4º ESO	N4	E4	11	Pink	10th	Junior	2ème	**J**uniors: Lycées G. et T. **É**tudiants: TS, Bac+
16/17	1º BAT	N5	B1	12		11th		1ème	
17/18	2º BAT	N6	B2	13		12th	Student	T	

Este documento forma parte de los recopilatorios siguientes:

Compendium Canguro (España)
http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro.pdf

Compendium Cangur (Cataluña)
http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur.pdf

Compendium Kangourou (Francia)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangourou.pdf
Ofrece soluciones desarrolladas hasta el año 2022

Compendium Kangaroo (USA)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangaroo.pdf

Compendium Kangaroo (UK)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangarooUK.pdf
Ofrece soluciones desarrolladas en todos los años.

Compendium Känguru (Austria)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKanguru.pdf
Ofrece soluciones desarrolladas en todos los años.

Canguro 2024
Monográfico con las soluciones desarrolladas paso a paso de todos los problemas de los niveles 4, 5 y 6 del Canguro español.
http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro2024.pdf

Canguro 2023
Monográfico con las soluciones desarrolladas paso a paso de todos los problemas de los niveles 3, 4, 5 y 6 del Canguro español.
http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro2024.pdf

Presentación de los problemas.

Las pruebas Canguro y Cangur se presentan en los siguientes formatos:

Canguro:

Versión ligera en formato **pdf**:
http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro.pdf

Versión editable en formato **Word**:
http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro.doc

Paquetes **JSON** para generar versiones on-line:
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumCanguroKetchup.rar

Versión **on-line** en Toomates:
http://www.toomates.net?e=22403

Cangur:

Versión ligera en formato **pdf**:
http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur.pdf

Versión editable en formato **Word**:
http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur.doc

Paquetes **JSON** para generar versiones on-line:
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumCangurKetchup.rar

Versión **on-line** en Toomates:
http://www.toomates.net?e=22436

En este documento Google encontrarás la localización de todos los problemas en la biblioteca Toomates Coolección:

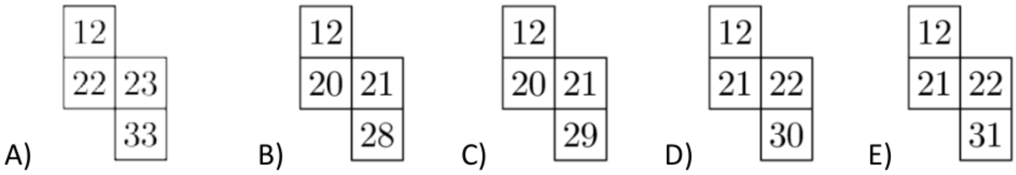
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1RVwrMxcyMz7TXFJ12odecrejDl92d_7i/edit?usp=share_link&ouid=115929695407933609149&rtpof=true&sd=true

Canguro N1 2023 Enunciados

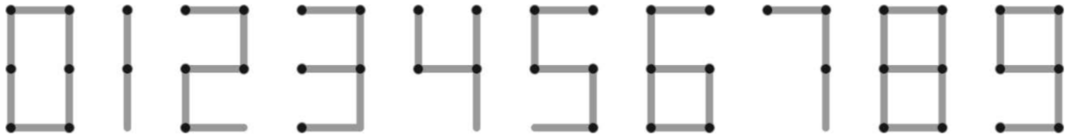
1
Deseamos completar la tabla con los números 1 al 40 siguiendo el sistema que se muestra en la figura:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12				

¿Qué pieza podría utilizar de las siguientes?



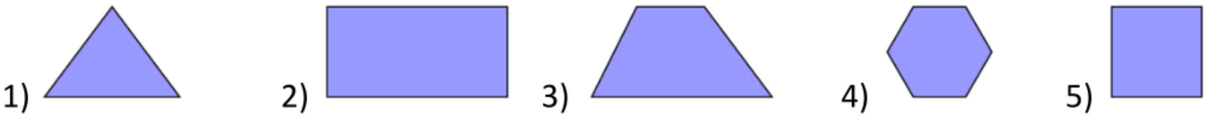
2
Se pueden usar fósforos para construir números, como se muestra en la figura. Por ejemplo, para construir el número 15, se necesitan 7 cerillas y se necesita la misma cantidad de cerillas para construir el número 8.



¿Cuál es el mayor número positivo que se puede construir con siete cerillas?

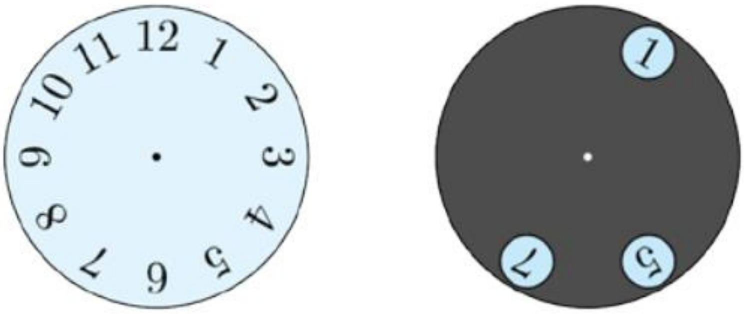
(A) 31 (B) 51 (C) 74 (D) 711 (E) 800

3
¿Cuál o cuáles de los siguientes polígonos se puede dividir en dos triángulos por una sola línea recta?



(A) Solo la 1 (B) Solo la 1 y la 2 (C) Solo la 1, 2 y 3 (D) Solo la 1, 2, 3 y 5 (E) Solo la 2, 3, 4 y 5

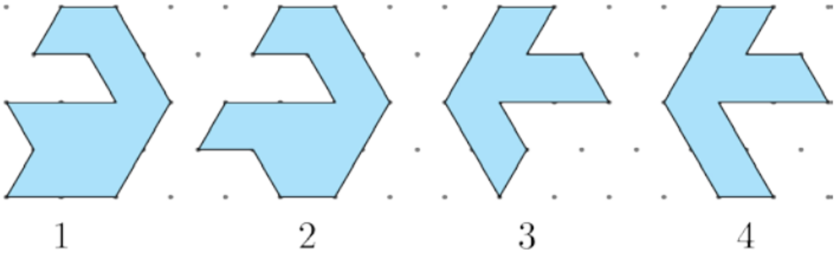
4
Un círculo negro con tres agujeros se coloca encima de la esfera de un reloj, como se muestra en las figuras.



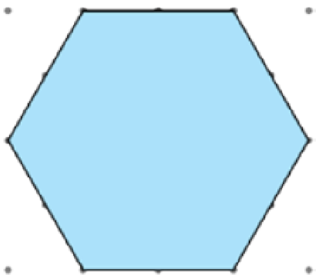
El círculo negro gira alrededor de su centro. ¿Qué números es posible ver al mismo tiempo?

(A) 2, 4 y 9   (B) 1, 5 y 10   (C) 4, 6 y 12   (D) 3, 6 y 9   (E) 5, 7 y 12

5
Alicia tiene un puzle de cuatro piezas

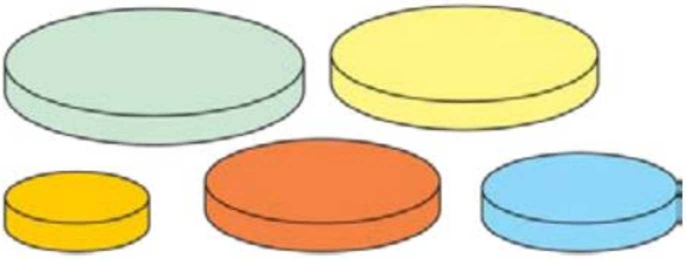


¿Con qué dos piezas podrá formar el hexágono?



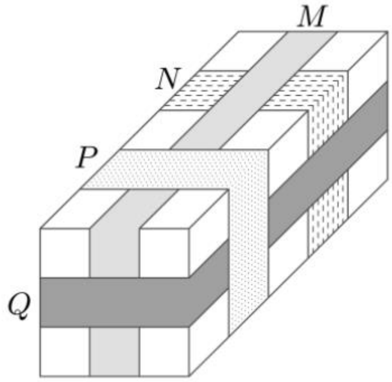
(A) 1 y 2   (B) 1 y 3   (C) 2 y 3   (D) 2 y 4   (E) 1 y 4

6
Ana tiene cinco discos de diferentes tamaños con los que quiere construir una torre de cuatro discos de manera que cada disco en su torre sea más pequeño que el disco que se encuentre debajo. ¿Cuántas torres diferentes podría construir Ana?



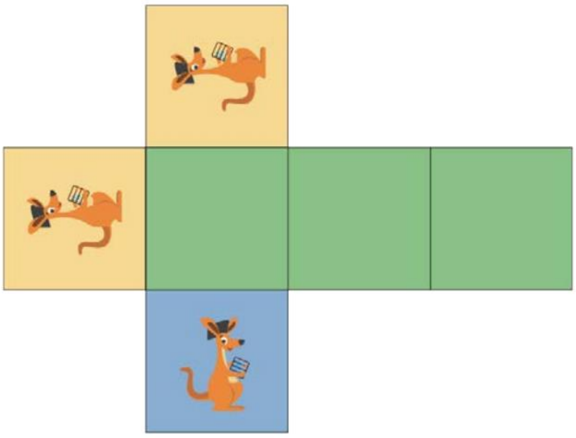
(A) 4   (B) 5   (C) 9   (D) 12   (E) 20

7
La imagen muestra un paquete alrededor del cual se colocan cuatro cintas etiquetadas como M, N, P y Q. ¿En qué orden, del primero al último, se colocaron las cintas?

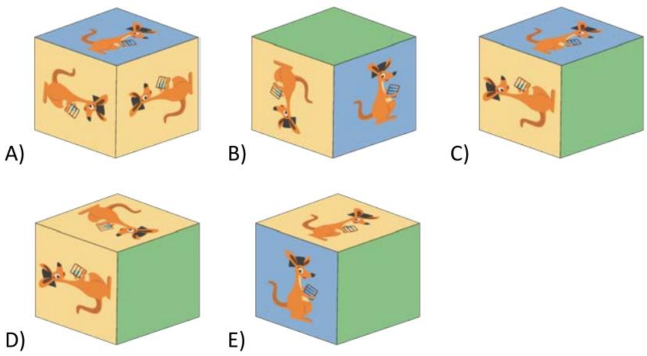


(A) M, N, Q, P (B) N, M, P, Q (C) N,Q, M, P (D) N, M, Q, P (E) Q, N, M, P

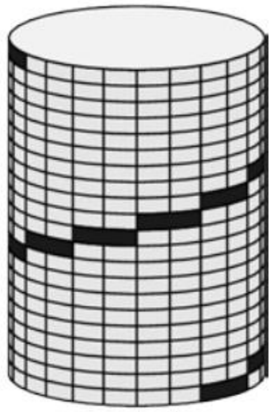
8
Rosa tiene una hoja de papel, con los dibujos que muestra la siguiente imagen, que dobla y pega para construir un cubo.



¿Cuál de los siguientes cinco cubos ha podido formar?

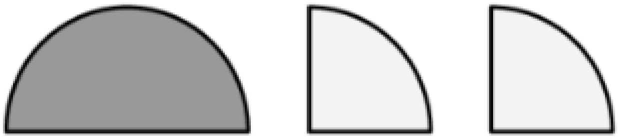


9
Claudia sube desde abajo hasta arriba en la torre cilíndrica que se muestra en la imagen. Los escalones son todos del mismo tamaño. Hay nueve pasos visibles, pero ¿cuántos pasos no son visibles?



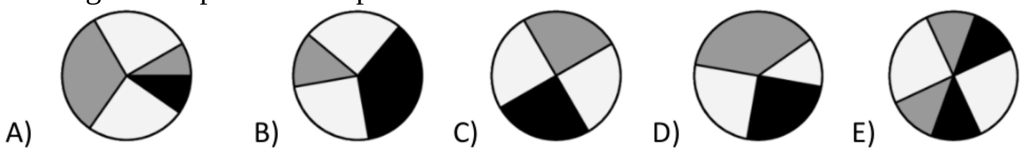
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

10
José pegó las tres hojas de papel siguientes



sobre el círculo negro

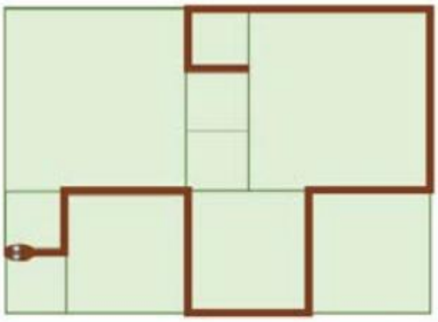
¿Cuál de los siguientes patrones no pudo obtener?



11
Manuela escribió tres números consecutivos de dos dígitos en su orden natural, pero en lugar de los dígitos usó símbolos: □◊ , ♡△ , ♡□ . ¿Cuál es el siguiente número que debe escribir?

(A) □ ♡ (B) □□ (C) ♡♡ (D) ◊ □ (E) ♡◊

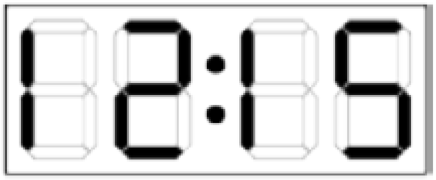
12
Los Alfareros tiene un patio que está alicatado con azulejos cuadrados de tres tamaños diferentes. Los cuadrados más pequeños tienen un perímetro de 80 cm. Una serpiente descansa en el patio como se muestra en la figura.



¿Cuál es la longitud de la serpiente?

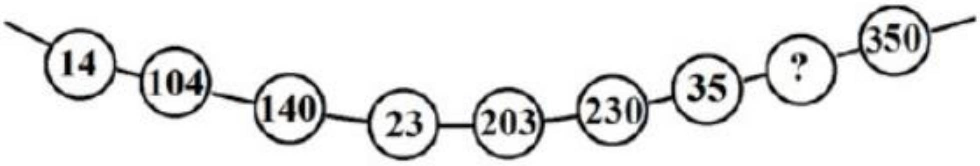
(A) 380 cm   (B) 400 cm   (C) 420 cm   (D) 440 cm   (E) 1680 cm

13
Cuando me miro en un espejo, puedo ver la imagen de mi reloj digital sobre la mesa detrás de mí, como se muestra en la figura.



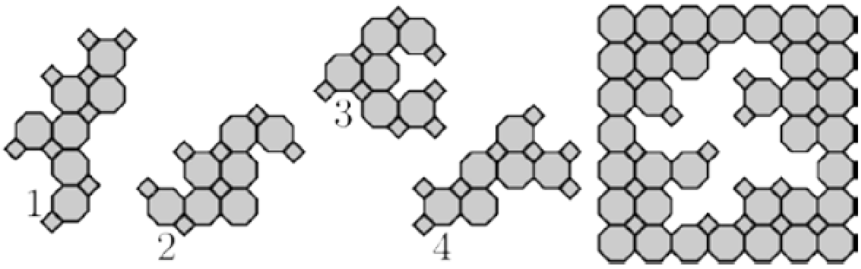
¿Qué imagen veré cuando me mire en el espejo 30 minutos después?

14
¿Cuál es la suma de los dígitos del número que falta en la cadena?



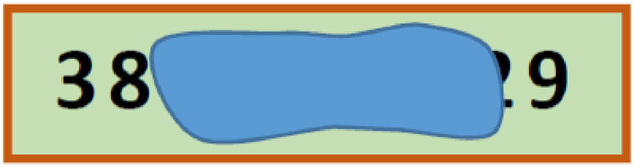
(A) 17   (B) 15   (C) 13   (D) 10   (E) 8

15
¿Con qué dos piezas se puede completar el puzle?



(A) 1 y 2   (B) 1 y 4   (C) 2 y 3   (D) 2 y 4   (E) 3 y 4

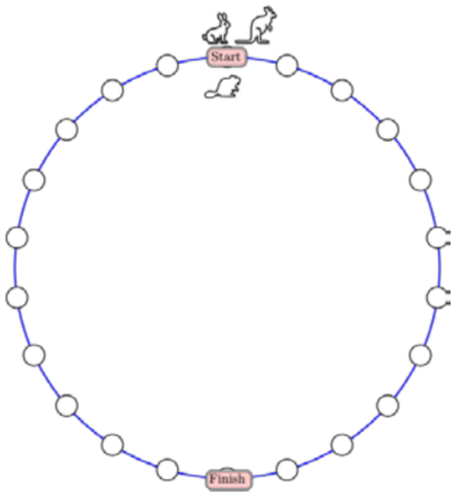
16
Ana, Bernardo, Cecilia, Juan y Enrique se turnaron para escribir múltiplos consecutivos de 7. Así, Ana escribió 7 × 1 = 7, Bernardo escribió 7 × 2 = 14, etc., siguiendo Cecilia, Juan y Enrique escribiendo los siguientes múltiplos, volviendo de nuevo a Ana. Continuaron escribiendo múltiplos, siguiendo el mismo orden. ¿Quién escribió el número grande que se muestra en la pizarra?



Desgraciadamente, alguien tachó alguno de los dígitos de dicho número.

(A) Ana (B) Bernardo (C) Cecilia (D) Juan (E) Enrique

17
Un conejo, un castor y un canguro están compitiendo. El castor se mueve dando saltos de uno en uno cada vez, el conejo salta de dos en dos, mientras que el canguro va saltando de tres en tres. Los tres parten del punto marcado como Start. Ganará quien llegue, de manera exacta, al punto marcado como Finish en el menor número de saltos. Hay que llegar a ese punto, no es válido pasar por él. ¿Qué animal será el ganador?



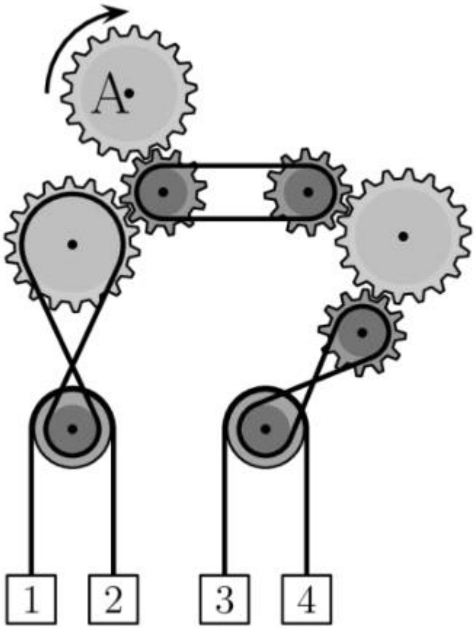
(A) El castor (B) El conejo (C) El Canguro (D) El canguro y el conejo (E) El canguro y el castor

18
La suma de los números de las celdas blancas debería dar el mismo resultado que la suma de los números de las celdas grises de la figura. ¿Qué dos números tienen que cambiar de color para que las sumas de las celdas blancas sea igual a la suma de las celdas de color gris?

1	3	5	2	13
7	4	6	8	11

(A) 1 y 11   (B) 2 y 8   (C) 3 y 7   (D) 3 y 13   (E) 7 y 13

19
El engranaje marcado con la letra A gira en el sentido de las agujas del reloj, como se muestra en la figura. ¿Qué dos cajas se moverán hacia arriba?

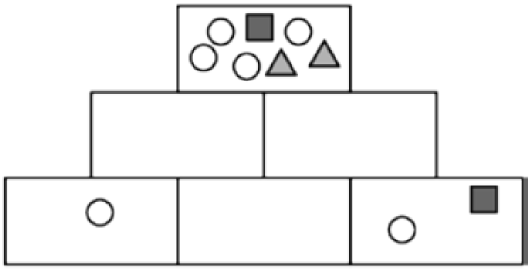


(A) 1 y 4   (B) 2 y 3   (C) 1 y 3   (D) 2 y 4   (E) No es posible determinarlo

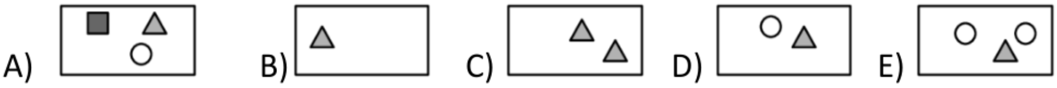
20
María, Pedro, Ricardo y Tina estaban jugando al fútbol en el aula, pero tuvo sus consecuencias. Cuando la directora estaba tratando de averiguar quién rompió la ventana, obtuvo las siguientes respuestas: María: "Fue Pedro". Pedro: "Fue Ricardo". Ricardo: "No fui yo". Tina: "Yo no fui.” Como se supo más tarde, sólo uno decía la verdad. ¿Quién rompió la ventana?

(A) María   (B) Tina   (C) Pedro   (D) Ricardo   (E) No fue ninguno de ellos

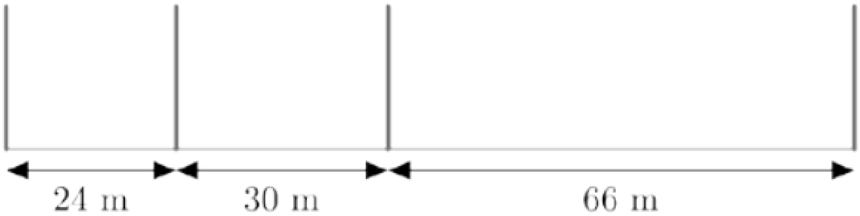
21
Iván dibuja figuras en las seis casillas de la pirámide. Cada casilla debe contener exactamente todas las figuras de las dos casillas que se encuentran justo debajo de ella.



¿Qué figuras tendría la casilla que se encuentra en el centro en la fila inferior?

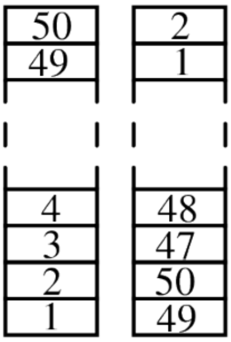


22
En el camino hacia la escuela, que es de 120 m de largo, se colocan 4 estacas a lo largo de una línea recta. ¿Cuál es el menor número de estacas que se deben agregar para que la ruta se divida en distancias iguales entre cada dos estacas?



(A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 20 (E) 37

23
Sobre una mesa hay una torre hecha de bloques numerados del 1 al 50. Julia construye una nueva torre de la siguiente manera: toma dos bloques de la parte superior de la torre original y los pone sobre la mesa como base de la nueva torre. Continúa tomando los dos bloques superiores del resto de la torre original y colocándolos en la parte superior de la nueva torre, como se ve en la figura.



¿Cuáles de los siguientes pares de números están en bloques adyacentes en la nueva torre?

(A) 29 y 28 (B) 34 y 35 (C) 29 y 26 (D) 31 y 33 (E) 27 y 30

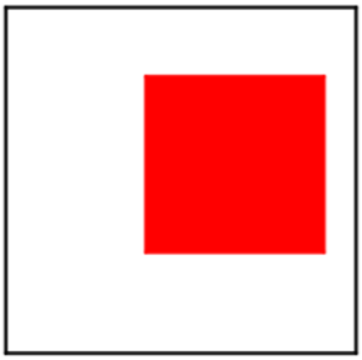
24
En la multiplicación

$$\begin{array}{ccc} & * & * \\ \times & & * \\ \hline * & * & 1 \end{array}$$

cada * representa un número primo de un dígito, no necesariamente todos diferentes. Hay dos posibles soluciones a esta multiplicación, ¿cuál de las dos soluciones es la mayor?

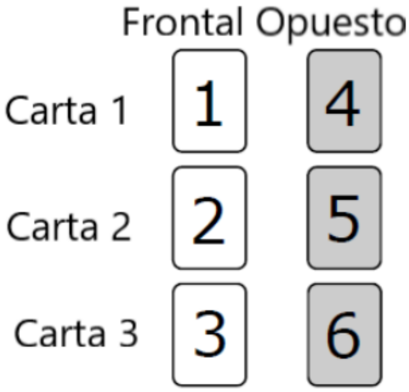
(A) 251   (B) 331   (C) 351   (D) 371   (E) 521

25
En los dos cuadrados de la imagen las longitudes de sus lados son números naturales y tienen una diferencia entre sus áreas de 7 cm² ¿Cuál es la suma de sus perímetros? (La figura no está a escala.)



(A) 27 cm   (B) 28 cm   (C) 29 cm   (D) 30 cm   (E) 31 cm

26
Martín tiene tres tarjetas con números escritos en ambos lados. La carta con el número 1 tiene el número 4 en el lado opuesto, la 2 tiene el 5 en el lado opuesto y la 6 tiene el número 3 en el lado opuesto. Martín coloca al azar tres cartas sobre la mesa y suma los tres números que ve. ¿Cuántos resultados diferentes puede obtener Martín?



(A) 3   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 10

27
En una tienda de segunda mano se venden dos sombreros al mismo precio que cinco faldas, tres faldas al mismo precio que ocho camisetas y dos camisetas al mismo precio que tres gorras. ¿Cuál de las siguientes compras tiene mayor precio?

(A) Un sombrero y cinco faldas
(B) Un sombrero, tres faldas y una gorra
(C) Ocho faldas y seis camisetas

(D) Treinta y siete gorras
(E) Tres faldas y tres gorras

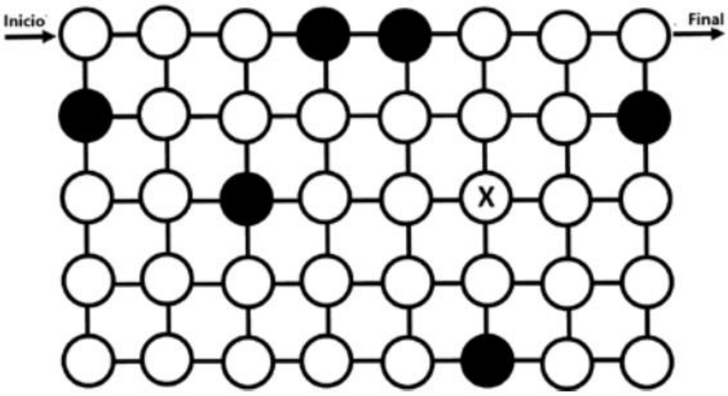
28
Roberto y Sonia participan en el siguiente juego. Pueden tomar alternativamente 1, 2, 3, 4 o 5 fichas de un montón. Pierde el que se lleva la última o las últimas fichas. En este momento hay 10 fichas en el montón y es el turno de Roberto. ¿Cuántas fichas debe dejar Roberto a Sonia para estar seguro de que ganará?

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

29
¿Cuál de las siguientes cuatro figuras tiene mayor área?

(A) W (B) Diamante (C) Corona (D) Relámpago (E) Todas tienen la misma área

30
Un explorador quiere encontrar un camino a través del laberinto que se muestra, comenzando desde el punto marcado como "Inicio" hasta el punto marcado como "Final". Solo puede moverse horizontal o verticalmente y solo puede pasar a través de círculos blancos. Tiene que pasar por todos los círculos blancos exactamente una vez. Cuando llegue al círculo marcado con una X, ¿cuál será su próximo movimiento?



A) ↑ B) ↓ C) → D) ← E) No hay ninguna opción para seguir

Canguro N1 2023 Respuestas correctas

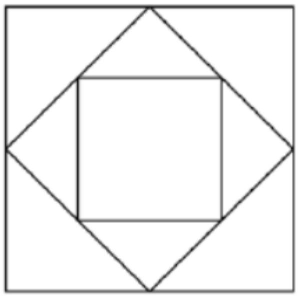
1	C
2	D
3	D
4	C
5	B
6	B
7	D
8	B
9	D
10	A
11	C
12	C
13	D
14	E
15	D
16	B
17	E
18	A
19	B
20	B
21	D
22	C
23	E
24	D
25	B
26	B
27	C
28	C
29	C
30	B

Canguro N2 2023 Enunciados

1
De todos los múltiplos de 4 que son menores que 2023 tomamos el mayor y de todos los múltiplos de 3 que son mayores que 2023 elegimos el más pequeño. Sumamos estos dos números. ¿Cuál es el resultado?

(A) 4042 (B) 4045 (C) 4046 (D) 4047 (E) 4050

2
Ana tiene tres cuadrados de papel. La longitud del lado del cuadrado grande es de 1 dm. Coloca los cuadrados uno sobre el otro, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la suma de las áreas de los tres cuadrados?



(A) 2 (B) 3/4 (C) 7/4 (D) 3 (E) 7/2

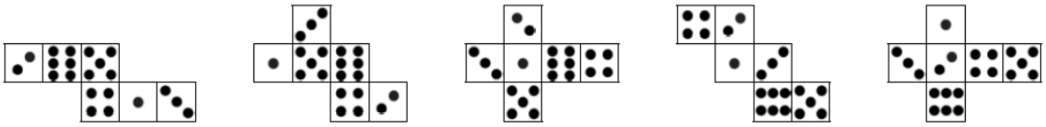
3 Un rectángulo se puede dividir en dos partes usando una línea recta. ¿Qué dos figuras no puedes obtener?

(A) Un triángulo y un cuadrilátero
(B) Un triángulo y un pentágono
(C) Un cuadrilátero y un pentágono
(D) Dos triángulos
(E) Dos cuadriláteros

4
Juan y Lorena tienen 9 canicas cada uno. Juntos tienen 8 canicas rojas y 10 azules. Lorena tiene el doble de canicas azules que de canicas rojas. ¿Cuántas canicas azules tiene Juan?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 0

5
En un dado, la suma de los números de los puntos de dos caras opuestas cualesquiera siempre es siete. ¿Cuántos de los siguientes dados cumplen esta condición?

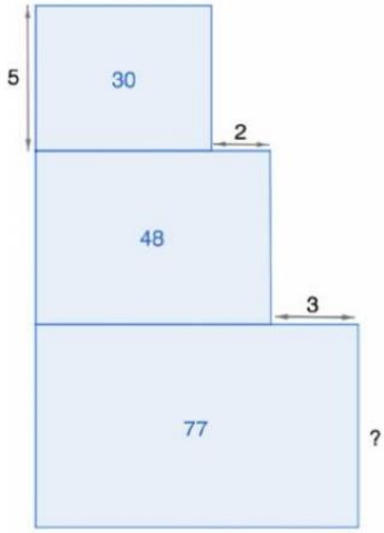


(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

6
¿Cuántos minutos hay en 1/3 de 1/4 de 1/2 de un dia?

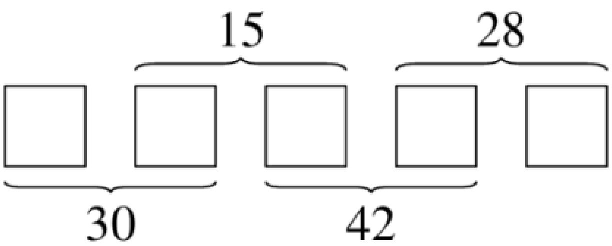
(A) 60   (B) 42   (C) 36   (D) 24   (E) 18

7
Tres rectángulos están apilados contra una pared, sus áreas son 30, 48 y 77, como se muestra en la figura. Las longitudes de algunos lados aparecen en la figura. ¿Cuál es la longitud del lado del rectángulo marcado con el signo de interrogación?



(A) 5,5   (B) 6   (C) 6,5   (D) 7   (E) 7,5

8
Andrés quiere escribir un número entero positivo en cada uno de los cinco cuadros para que los productos de las parejas de números adyacentes de el resultado mostrado en la figura.
¿Cuál es la suma de los números que escribirá en los cinco cuadros?



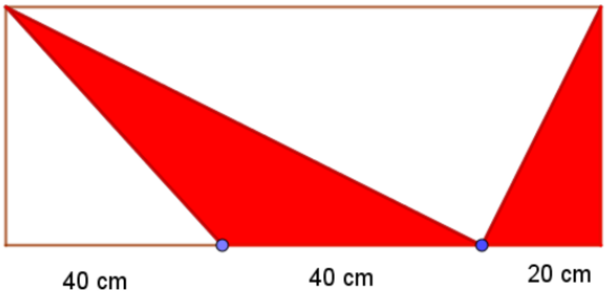
(A) 20   (B) 24   (C) 30   (D) 36   (E) 40

9

Daniela es una adolescente, su abuelo tiene entre 60 y 70 años. Las edades de Daniela y de su abuelo tienen exactamente los mismos dígitos. ¿Qué edad tenía su abuelo cuando nació Daniela?

(A) 41 años   (B) 42 años   (C) 43 años   (D) 44 años   (E) 45 años

10
¿Qué tanto por ciento del área del rectángulo está coloreada?

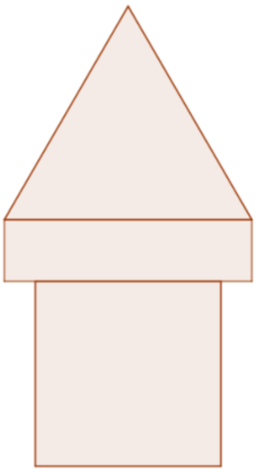


(A) 20%   (B) 30%   (C) 40%   (D) 50%   (E) 60%

11
María ha escrito los números 4, 5, 8, 10 y 13 en cierto orden. Después de escribir los dos primeros hace la media y resulta un número entero. Esto mismo sucede después de escribir los tres primeros números. Y también después de escribir los cuatro primeros, la media es un número entero. ¿Cuál es el quinto número que ha escrito?

(A) 4   (B) 5   (C) 8   (D) 10   (E) 13

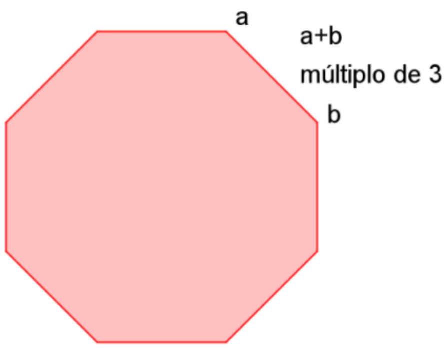
12
Tenemos un triángulo equilátero, un rectángulo y un cuadrado. El perímetro de cada una de estos polígonos es 24 cm. Con ellos formamos un nuevo polígono de nueve lados, como aparece en la figura. ¿Cuál es el perímetro de este polígono de nueve lados?



(A) 42   (B) 44   (C) 48   (D) 60   (E) 72

13

De los números del 1 al 12 el profesor de matemáticas borró cuatro de ellos. Colocó los otros ocho en las esquinas de un octógono de tal manera que la suma de cada par de números vecinos sea un múltiplo de 3. ¿Qué números borró el profesor?



(A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 3, 6, 9, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 1, 2, 11, 12

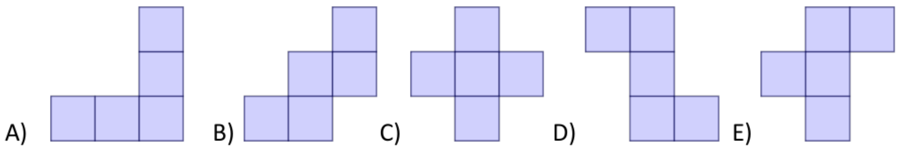
14
Nuria quería comprar los 12 libros de una colección de un personaje que le gusta, pero se ha dado cuenta de que le faltaban 20 € para poder comprarlos todos. Sin embargo, en la librería a la que ha ido sólo tenían 10 libros, así que le han sobrado 10 €. ¿Cuál es el precio de cada libro de la colección?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

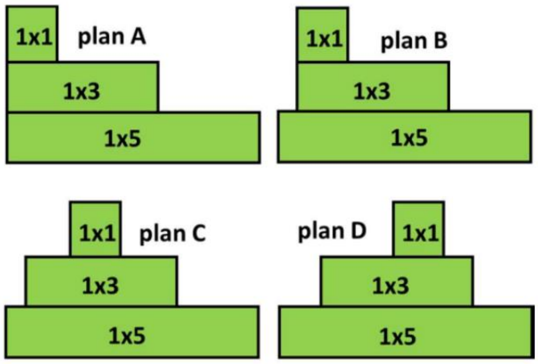
15
Saúl quiere colocar una de las cinco piezas sobre el cuadrado con números de modo que los cuadrados pequeños se superpongan perfectamente.

2	1	9
7	8	6
4	5	3

Puede rotar la pieza, pero no darle la vuelta. ¿Qué pieza debería usar si quiere obtener la suma más grande de los números que han quedado tapados?



16
Un jardinero quiere diseñar un jardín. Tiene 4 planes para elegir, como se muestra en las figuras. Cada uno de ellos utiliza un rectángulo de 1×1, 1×3 y 1×5. ¿Cuál de los cuatro jardines tiene el perímetro más grande?



(A) Plan A   (B) Plan B   (C) Plan C   (D) Plan D   (E) Todos tienen el mismo perímetro

17
En la expresión que se muestra, el cuadrado y el triángulo se sustituyen cada uno por un número entero positivo para que las dos fracciones sean iguales. ¿Cuántos enteros diferentes pueden colocarse en la posición del cuadrado?

$$\frac{\square}{12} = \frac{5}{\triangle}$$

(A) 3   (B) 5   (C) 9   (D) 10   (E) 12

18
El valor de S se define como: S=3∗3∗3∗3∗3 , donde cada asterisco debe reemplazarse por un símbolo elegido entre +, −, × y ÷. Sabiendo que se deben usar las cuatro operaciones y que no es posible incluir paréntesis, ¿cuál es el mayor valor que se puede obtener de S?

(A) 3   (B) 5   (C) 6   (D) 9   (E) 11

19
Carol quiere escribir los números 1, 2, 3 y 4 en las celdas de un cuadrado de 4×4 de tal manera que cada número aparezca exactamente una vez en cada fila, en cada columna y en cada una de las dos diagonales. Ya ha colocado tres números, como se muestran en la figura. ¿Qué número debe escribir en la celda marcada con un signo de interrogación?

1			2
	?		
	1		

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) Cualquiera menos el 1

20
Cuando Luis y Eva se conocieron, ambos ya tenían hijos. Luego tuvieron hijos juntos. Ahora el total de todos sus hijos es 12 y cada uno tiene 7 hijos. ¿Cuántos hijos tuvieron Luis y Eva juntos?

(A) 5   (B) 4   (C) 3   (D) 2   (E) 1

21
En la multiplicación mostrada en la figura, A, B, C, D y E representan dígitos diferentes. Si la multiplicación es correcta, ¿cuál es la letra que tiene un valor igual a 8?

$$\begin{array}{lr} & 1ABCDE \\ \times & 3 \\ \hline & ABCDE1 \end{array}$$

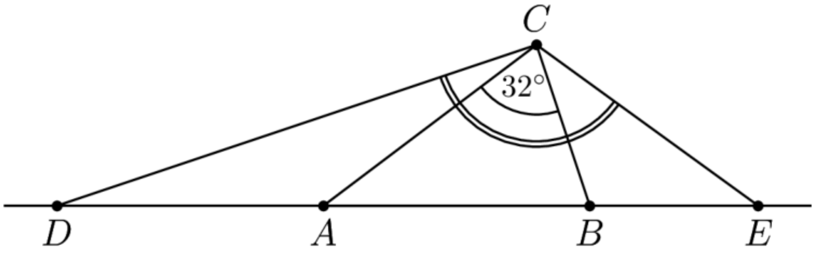
(A) A   (B) B   (C) C   (D) D   (E) E

22
La maestra escribió en la pizarra los números del 1 al 15. Luego los dividió en cinco grupos de tres. La suma de los números en los primeros cuatro grupos fue 25, 27, 30 y 31, respectivamente. ¿En qué grupo puso el número 4?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

(A) En el primero   (B) En el segundo   (C) En el tercero   (D) En el cuarto   (E) en el quinto

23
En el triángulo ABC, ∡ACB=32º . En la recta DABE se tiene que DA=AC y BE=BC . ¿Cuál es la medida del ángulo DCE ?

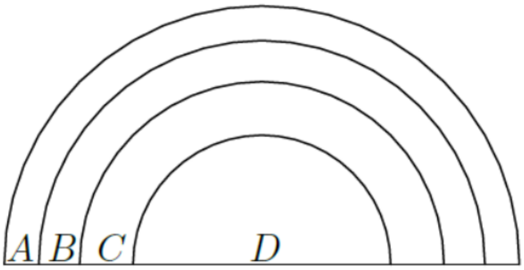


(A) 72º   (B) 90º   (C) 96º   (D) 100º   (E) 106º

24
Diana pensó en un entero positivo menor que 10. Luego lo multiplicó por 5, sumó otro número entero positivo menor que 5 y duplicó el resultado, obteniendo como valor final 46. ¿Cuál es la suma de los dos números que había pensando Diana?

(A) 6   (B) 7   (C) 8   (D) 9   (E) 10

25
La imagen muestra un adorno hecho de 4 semicírculos concéntricos . El semicírculo más pequeño tiene un radio de 1. Las cuatro regiones A, B, C y D, tienen todas las mismas áreas. ¿Cuál es el radio del semicírculo más grande?



(A) 4/π   (B) 2   (C) 3   (D) π   (E) 4

26
Carlos lanzó un par de dados tres veces y anotó la suma de los números que obtuvo. Estas sumas fueron 5, 7 y 9. Salió el mismo número impar en cada uno de los tres lanzamientos. ¿Cuál de los siguientes pares de números salió en uno de los intentos?

(A) 1 y 4   (B) 1 y 6   (C) 2 y 3   (D) 2 y 5   (E) 4 y 5

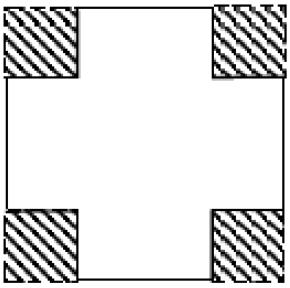
27
La suma de 2023 enteros consecutivos es 2023. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número menor de esos enteros?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

28
El código PIN de una tarjeta de crédito consta de cuatro dígitos diferentes que suman 8. El producto de los dos primeros dígitos es igual al número de 2 dígitos formado por el tercero y el cuarto dígito. ¿Cuántos códigos PIN diferentes existen que cumplan las condiciones anteriores?

(A) 0   (B) 1   (C) 2   (D) 3   (E) Más de 3

29
Después de cortar cuatro cuadrados iguales en las esquinas de un cuadrado inicial, se obtiene una nueva figura cuya área es de 64 cm². ¿Cuál es el lado del cuadrado inicial si el perímetro de la nueva figura es igual a la suma de los perímetros de los cuadrados pequeños que se han cortado?



(A) $16/\sqrt{3}$ (B) $32/\sqrt{3}$ (C) $48/\sqrt{3}$ (D) $64/\sqrt{3}$ (E) $128/\sqrt{3}$

30
Un número de dos dígitos multiplicado por la suma de sus dígitos es 144. ¿Cuál es ese número?

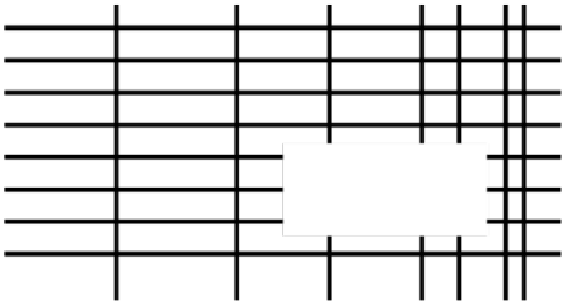
(A) 12   (B) 24   (C) 36   (D) 48   (E) 72

Canguro N2 2023 Respuestas correctas.

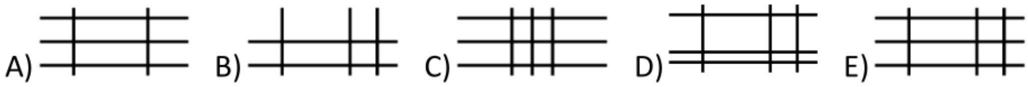
1	B
2	C
3	C
4	B
5	C
6	A
7	D
8	C
9	E
10	B
11	C
12	B
13	C
14	C
15	D
16	E
17	E
18	E
19	B
20	D
21	C
22	E
23	E
24	B
25	B
26	C
27	A
28	C
29	A
30	B

Canguro N3 2023 Enunciados

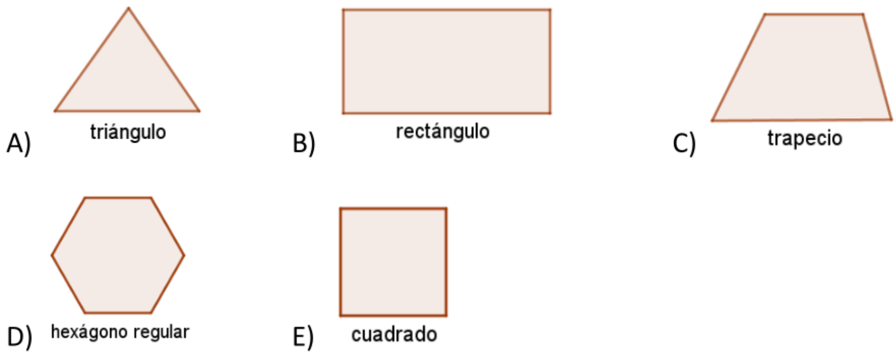
1
El diagrama muestra un conjunto de líneas horizontales y verticales con una parte eliminada.



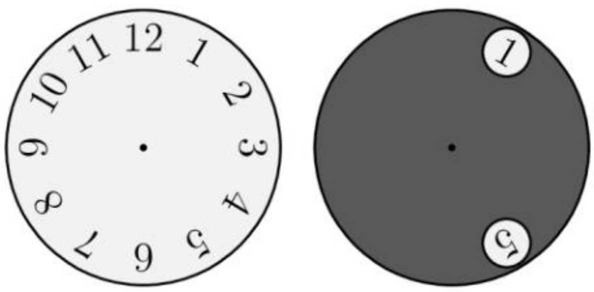
¿Cuál de las siguientes podría ser la parte que falta?



2
¿Cuál de las siguientes formas no se puede dividir en dos trapecios por una sola línea recta?



3
Un círculo negro con dos agujeros se coloca encima de la esfera de un reloj, como se muestra. El círculo negro gira alrededor de su centro de manera que aparece un 8 en uno de los agujeros.

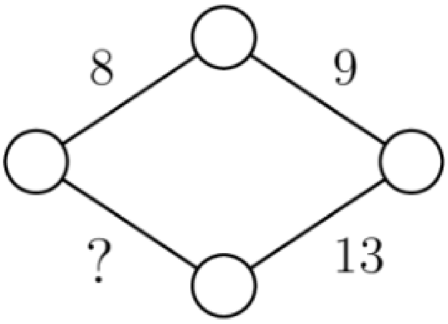


¿Qué dos números se podían ver en el otro agujero?

(A) 4 o 12 (B) 1 o 5 (C) 1 o 4 (D) 7 o 11 (E) 5 o 12

4

María quiere escribir un número en cada vértice y en cada lado del rombo que se muestra en la figura.

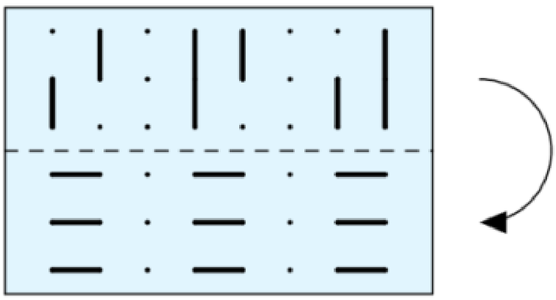


Quiere que la suma de los números en los dos vértices de cada uno de los lados sea igual al número escrito en dicho lado. ¿Qué número escribirá en lugar del signo de interrogación?

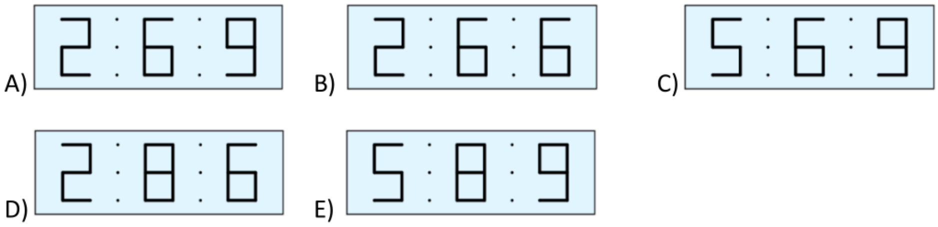
(A) 11   (B) 12   (C) 13   (D) 14   (E) 15

5

Cristina tiene una hoja de papel transparente con algunas líneas marcadas.

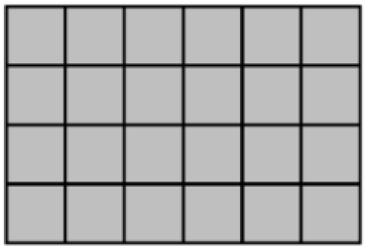


La dobla a lo largo de la línea punteada. ¿Qué verá ahora?

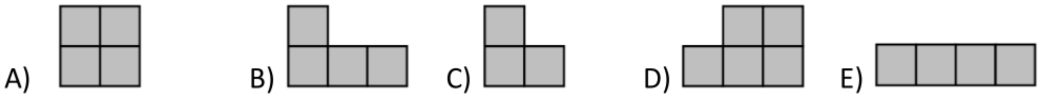


6

Un albañil quiere alicatar un suelo de dimensiones 4 m × 6 m utilizando baldosas idénticas. No se permiten superposiciones ni espacios sin alicatar.



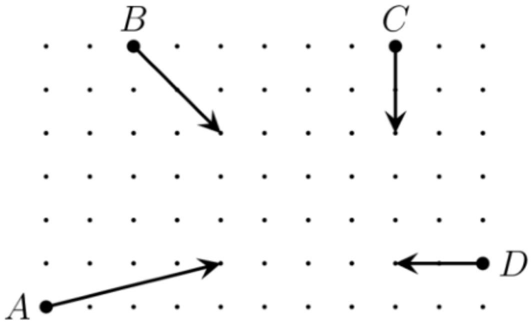
¿Cuál de los siguientes mosaicos no puede usar?



7
Juan tiene 150 monedas. Cuando las arroja sobre la mesa, el 40 % de ellas muestran cara y el 60 % muestran cruz. ¿A cuántas monedas que muestran cruz necesita dar la vuelta para tener el mismo número de caras que de cruces?

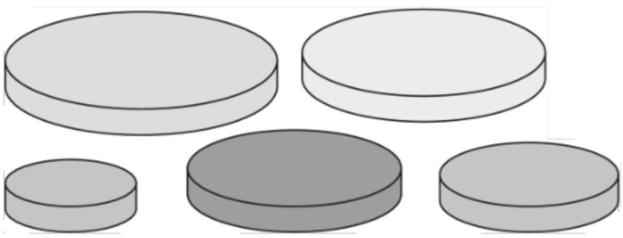
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

8
El diagrama muestra la posición inicial, la dirección de viaje y la distancia que recorren cuatro coches de choque en cinco segundos. Dos de estos coches chocarán, ¿cuáles son?



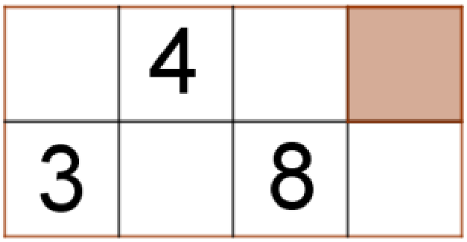
(A) A y B (B) A y C (C) A y D (D) B y C (E) C y D

9
Ana tiene cinco discos, cada uno de un tamaño diferente. Decide construir una torre usando tres de sus discos para que cada disco en su torre sea más pequeño que el disco que esté debajo de él. ¿Cuántas torres diferentes podría construir Ana?



(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

10
Eva quiere escribir los números del 1 al 8 en las casillas de la cuadrícula que se muestra, de modo que las sumas de los números en las casillas de cada fila sean iguales y las sumas de los números en las casillas de cada columna sean iguales. Ya ha escrito los números 3, 4 y 8, como se muestra en la figura. ¿Qué número escribirá en el cuadro sombreado?

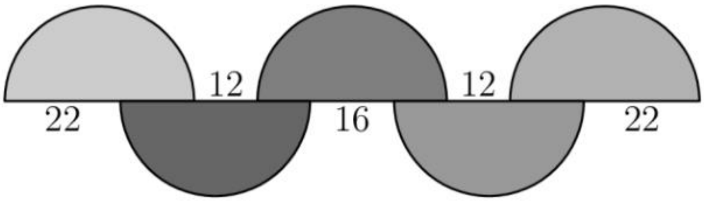


(A) 1   (B) 2   (C) 5   (D) 6   (E) 7

11
Teodora escribió tres números enteros consecutivos en orden, pero en lugar de dígitos usó símbolos, así que escribió □♢♢, ♡△△, ♡△□. ¿Qué escribiría después?

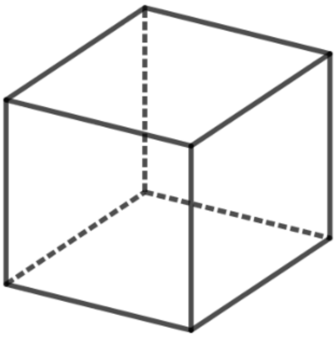
(A) ♡ ♡ ♢   (B) □ ♡ □   (C) ♡ △ ♢   (D) ♡ ♢ □   (E) ♡ △ ♡

12
La figura muestra cinco semicírculos iguales y las longitudes de algunos segmentos de la línea recta. ¿Cuál es el radio de los semicírculos?



(A) 12   (B) 16   (C) 18   (D) 22   (E) 36

13
Algunas aristas de un cubo se van a colorear de rojo para que cada cara del cubo tenga al menos una arista roja. ¿Cuál es el menor número posible de aristas que podrían colorearse de rojo?



(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

14
Se pueden usar fósforos para escribir dígitos, como se muestra en la figura siguiente:

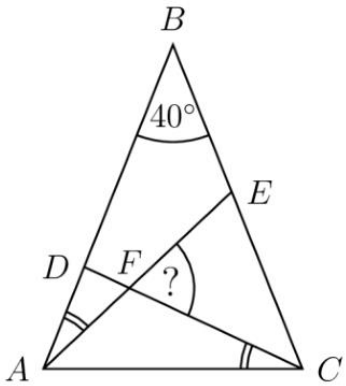
¿Cuántos números enteros positivos diferentes se pueden escribir usando exactamente seis fósforos de esta manera?

(A) 2   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 9

15
Los lados de un cuadrado miden 1 cm de largo. Si consideramos todos los vértices, ¿cuántos puntos en el plano están exactamente a 1 cm de distancia de dos vértices cualesquiera?

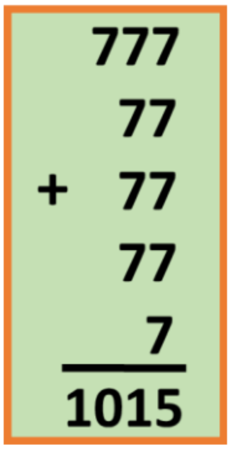
(A) 4   (B) 6   (C) 8   (D) 10   (E) 12

16
El triángulo ABC es isósceles con ∠ABC = 40º. Los dos ángulos marcados, ∠EAB y ∠DCA, son iguales. ¿Cuál es el valor del ángulo ∠CFE?



(A) 55º   (B) 60º   (C) 65º   (D) 70º   (E) 75º

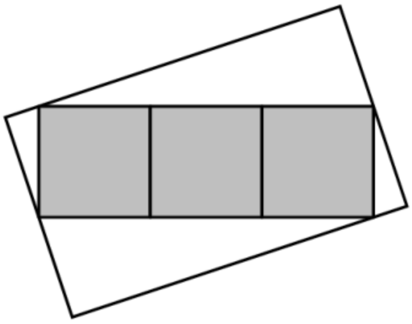
17
Bart escribió el número 1015 como una suma de números usando solo el dígito 7. Usó el 7 un total de 10 veces, como se muestra en la figura. Ahora quiere escribir el número 2023 como una suma de números usando solo el dígito 7, usando el 7 un total de 19 veces. ¿Cuántas veces usará el número 77?



(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

18

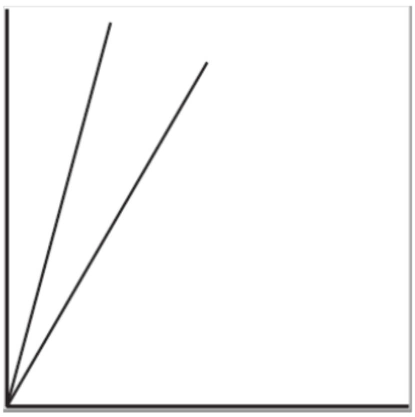
La imagen muestra un rectángulo formado por tres cuadrados grises, cada uno de 25 cm² de área, dentro de un rectángulo blanco más grande. Dos de los vértices del rectángulo gris tocan los puntos medios de los lados más pequeños del rectángulo blanco y los otros dos vértices del rectángulo gris tocan los otros dos lados del rectángulo blanco. ¿Cuál es el área, en cm² , del rectángulo blanco?



(A) 125   (B) 136   (C) 149   (D) 150   (E) 172

19

En un ángulo recto ¿cuál es el menor número de líneas que se tendrían que dibujar, como se muestra en la figura, de modo que para cualquiera de los valores 10º, 20º, 30º, 40º, 50º, 60º, 70º y 80º, se puede elegir un par de líneas que determinen entre ellas un ángulo igual a ese valor?



(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

20

La suma de 2023 enteros consecutivos es 2023. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número mayor de esos enteros?

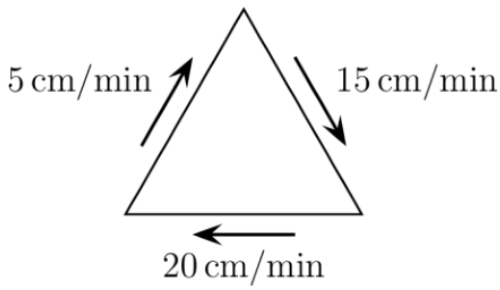
(A) 4   (B) 5   (C) 6   (D) 7   (E) 8

21

Algunos conejos y algunos canguros están situados en una circunferencia. Hay tres conejos en total y no hay dos conejos parados al lado de otro conejo. Hay exactamente tres canguros que están parados junto a otro canguro. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de canguros en la circunferencia?

(A) 4   (B) 5   (C) 6   (D) 7   (E) 8

22
Una hormiga camina por los lados de un triángulo equilátero. Las velocidades a las que viaja a lo largo de los tres lados son 5 cm/min, 15 cm/min y 20 cm/min, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la velocidad promedio, en cm/min, con la que la hormiga recorre todo el perímetro del triángulo?

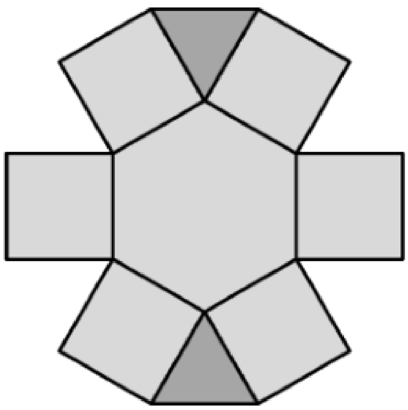


(A) 10   (B) 80/11   (C) 180/19   (D) 15   (E) 40/3

23
Blancanieves organizó una competición de ajedrez para los siete enanitos, en la que cada enano jugó un juego con todos los demás enanos. El lunes, Gruñón jugó 1 juego, Mocoso jugó 2, Dormilón 3, Tímido 4, Feliz 5 y Sabio jugó 6 juegos. ¿Cuántos juegos jugó Mudito el lunes?

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

24
Elisa quiere escribir los números del 1 al 9 en las regiones de la forma que muestra la figura, de modo que el producto de los números en dos regiones adyacentes no sea mayor que 15. Se dice que dos regiones son adyacentes si tienen un borde común. ¿De cuántas maneras puede hacer esto?



(A) 12   (B) 8   (C) 32   (D) 24   (E) 16

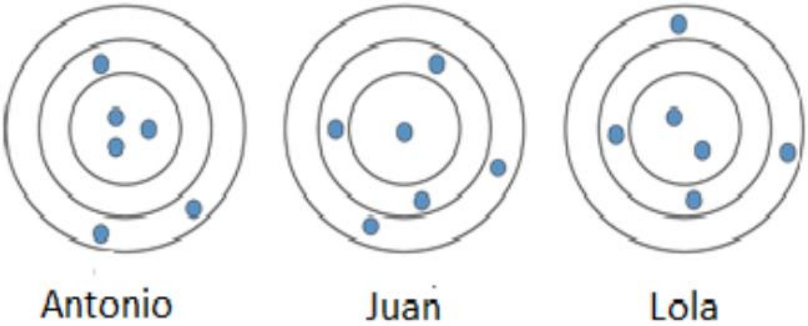
25
Martín está parado en una fila. El número de personas en la fila es un múltiplo de 3. Se da cuenta de que tiene tantas personas delante de él como detrás de él. Ve a dos amigos, ambos de pie detrás de él en la fila, uno en el puesto 19 y el otro en el puesto 28. ¿En qué posición de la fila está Martín?

(A) 14   (B) 15   (C) 16   (D) 17   (E) 18

26
Un equipo de rugby anotó 24, 17 y 25 puntos en los partidos séptimo, octavo y noveno de la temporada 2022. Su promedio de puntos por partido fue más alto después de 9 partidos que después de sus primeros 6 partidos. Su promedio después de 10 partidos fue más de 22. ¿Cuál es la menor cantidad de puntos que podrían haber anotado en su décimo partido?

(A) 22   (B) 23   (C) 24   (D) 25   (E) 26

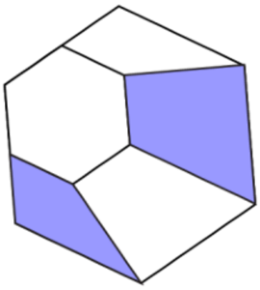
27
Antonio, Juan y Lola dispararon cada uno seis flechas a una diana. Las flechas que se clavan en cualquier lugar dentro del mismo anillo obtienen la misma cantidad de puntos. Antonio anotó 46 puntos y Juan anotó 34 puntos, como se muestra.



¿Cuántos puntos anotó Lola?

(A) 37   (B) 38   (C) 39   (D) 40   (E) 41

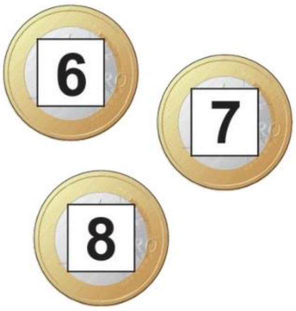
28
Un hexágono regular se divide en cuatro cuadriláteros y un hexágono regular más pequeño. El área de la región coloreada y el área del hexágono pequeño están en la proporción 4/3. ¿Cuál es la relación área del hexágono pequeño / área del hexágono grande ?



(A) 3/11   (B) 1/3   (C) 2/3   (D) 3/4   (E) 3/5

29
Luis escribió seis números consecutivos en seis trozos de papel, un número en cada trozo. Pegó estos trozos de papel en la cara y en la cruz de tres monedas. Luego lanzó estas tres monedas tres veces. En el primer lanzamiento, obtuvo todo caras y vio los números 6, 7 y 8, como se muestra en la figura. En el segundo lanzamiento, la suma de los números que vio fue 23 y en el

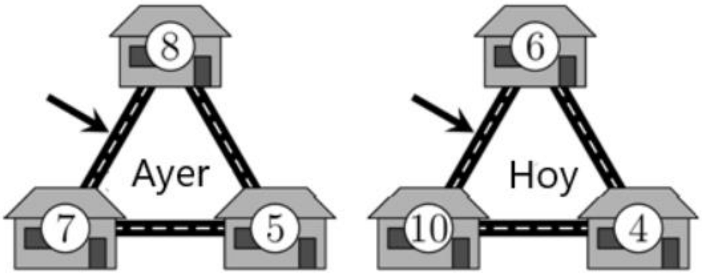
tercer lanzamiento la suma fue 17. ¿Cuál fue la suma de los números que pegó en las tres cruces de las monedas?



(A) 18   (B) 19   (C) 23   (D) 24   (E) 30

30

Algunos ratones viven en tres casas vecinas. Anoche, cada ratón salió de su casa y se trasladó a una de las otras dos casas, tomando siempre el camino más corto. Los números en el diagrama muestran el número de ratones por casa, ayer y hoy. ¿Cuántos ratones usaron el camino que muestra la flecha?



(A) 9   (B) 11   (C) 12   (D) 16   (E) 19

Canguro N3 2023 Respuestas correctas

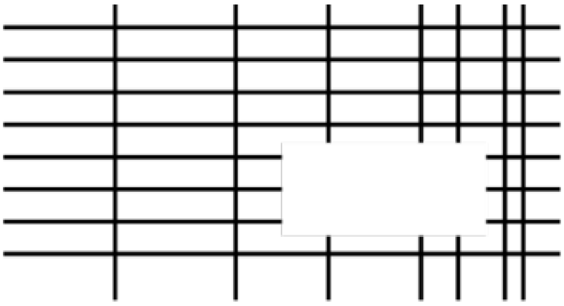
1	E
2	A
3	A
4	B
5	C
6	D
7	B
8	B
9	D
10	E
11	E
12	C
13	B
14	C
15	E
16	D
17	E
18	D
19	B
20	A
21	B
22	C
23	C
24	E
25	D
26	C
27	D
28	A
29	A
30	B

Canguro N3 2023 Localización en la librería Toomates Coolección.

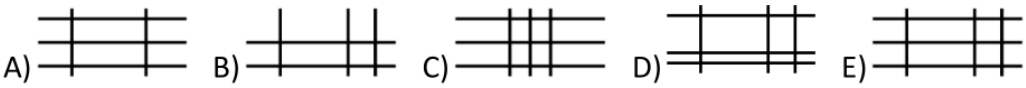
1	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.43
2	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.44
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.45
4	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.4.6
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.46
6	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.47
7	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.5.7
8	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.48
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.56
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.17
11	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.67
12	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.14
13	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.28
14	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.57
15	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.25
16	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	7.1.13
17	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.68
18	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.24
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	3.2.3
20	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.15
21	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.23
22	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.7.17
23	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.18
24	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.19
25	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.72
26	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	8.11
27	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.3.3
28	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.27
29	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.20
30	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.3.4

Canguro N3 2023 Soluciones desarrolladas

1
El diagrama muestra un conjunto de líneas horizontales y verticales con una parte eliminada.

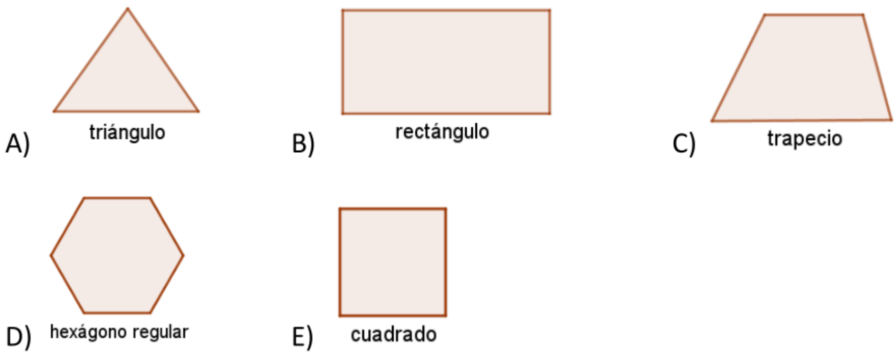


¿Cuál de las siguientes podría ser la parte que falta?

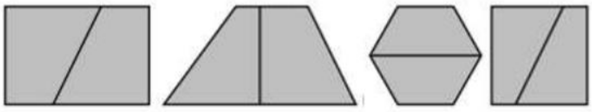


Observando detalladamente la figura y las piezas (E)

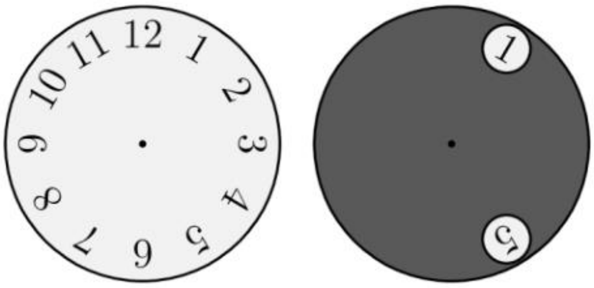
2
¿Cuál de las siguientes formas no se puede dividir en dos trapecios por una sola línea recta?



Observando detalladamente las figuras (A).



3
Un círculo negro con dos agujeros se coloca encima de la esfera de un reloj, como se muestra. El círculo negro gira alrededor de su centro de manera que aparece un 8 en uno de los agujeros.

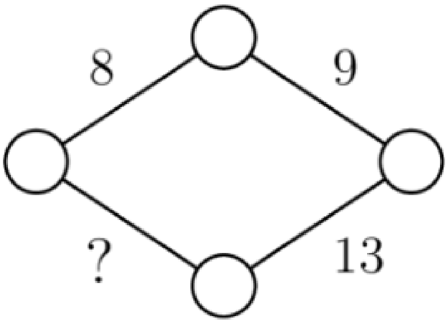


¿Qué dos números se podían ver en el otro agujero?

(A) 4 o 12 (B) 1 o 5 (C) 1 o 4 (D) 7 o 11 (E) 5 o 12

Observando detalladamente las figuras (A)

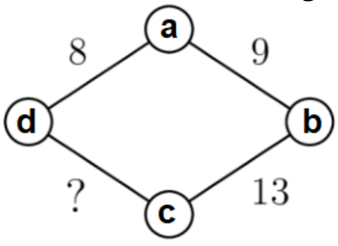
4
María quiere escribir un número en cada vértice y en cada lado del rombo que se muestra en la figura.



Quiere que la suma de los números en los dos vértices de cada uno de los lados sea igual al número escrito en dicho lado. ¿Qué número escribirá en lugar del signo de interrogación?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Ponemos letras a los vértices, tal y como se indica en la siguiente figura:

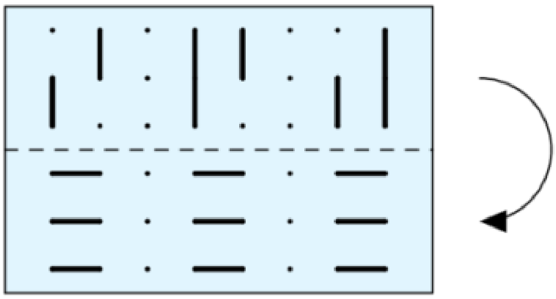


Obtenemos un sistema de ecuaciones, en el que cambiaremos de signo la primera ecuación y sumaremos todas:

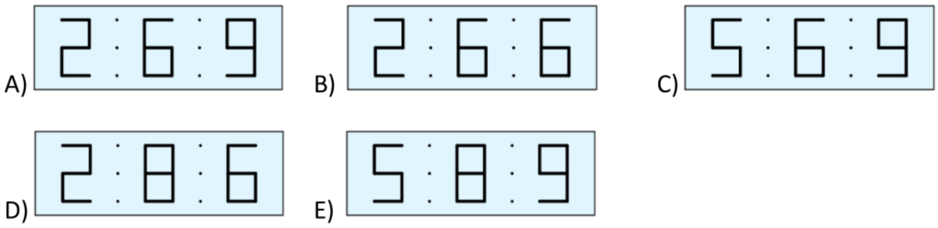
$$\begin{cases} a+b=9 \\ b+c=13 \\ d+a=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a-b=-9 \\ b+c=13 \\ d+a=8 \end{cases} \Rightarrow c+d=-9+13+8=12 \quad \text{(B)}$$

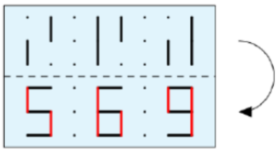
5

Cristina tiene una hoja de papel transparente con algunas líneas marcadas.



La dobla a lo largo de la línea punteada. ¿Qué verá ahora?

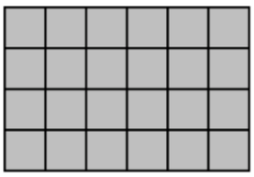




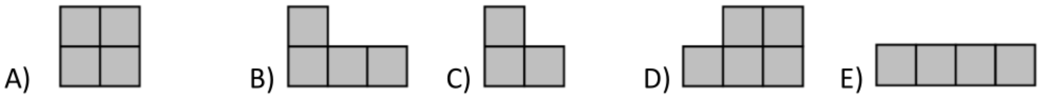
(C)

6

Un albañil quiere alicatar un suelo de dimensiones 4 m × 6 m utilizando baldosas idénticas. No se permiten superposiciones ni espacios sin alicatar.



¿Cuál de los siguientes mosaicos no puede usar?



Vamos descartando opciones hasta quedarnos con la única aceptable que es (D). Un argumento alternativo es ver que el mosaico D tiene 5 baldosas, y 24 no es divisible entre 5.

7

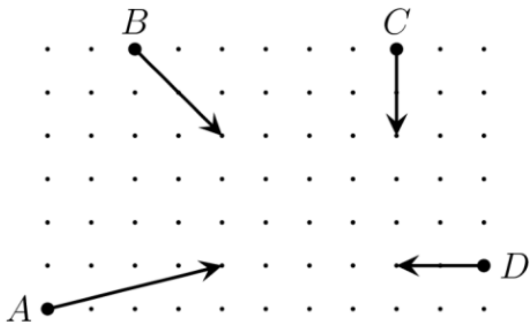
Juan tiene 150 monedas. Cuando las arroja sobre la mesa, el 40 % de ellas muestran cara y el 60 % muestran cruz. ¿A cuántas monedas que muestran cruz necesita dar la vuelta para tener el mismo número de caras que de cruces?

(A) 10   (B) 15   (C) 20   (D) 25   (E) 30

40% de 150 = 60, luego es necesario dar la vuelta a 15 (B) para obtener 45 caras y 45 cruces.

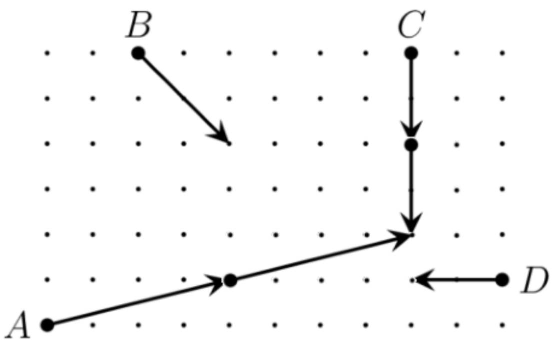
8

El diagrama muestra la posición inicial, la dirección de viaje y la distancia que recorren cuatro coches de choque en cinco segundos. Dos de estos coches chocarán, ¿cuáles son?



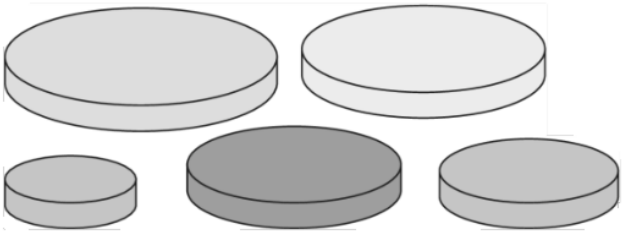
(A) A y B   (B) A y C   (C) A y D   (D) B y C   (E) C y D

Observando las trayectorias vemos que los primeros en chocar serán A y C, luego la respuesta correcta es (B).



9

Ana tiene cinco discos, cada uno de un tamaño diferente. Decide construir una torre usando tres de sus discos para que cada disco en su torre sea más pequeño que el disco que esté debajo de él. ¿Cuántas torres diferentes podría construir Ana?



(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

Si denotamos los discos de mayor a menor por A, B, C, D y E, las combinaciones posibles son:

CDE, BCD, BCE, BDE, ABC, ABD, ABE, ACD , ACE, ADE

Haciendo un total de 10 (D).

10

Eva quiere escribir los números del 1 al 8 en las casillas de la cuadrícula que se muestra, de modo que las sumas de los números en las casillas de cada fila sean iguales y las sumas de los números en las casillas de cada columna sean iguales. Ya ha escrito los números 3, 4 y 8, como se muestra en la figura. ¿Qué número escribirá en el cuadro sombreado?

	4		
3		8	

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Probando diferentes combinaciones, llegamos a una combinación aceptable:

6	4	1	7
3	5	8	2

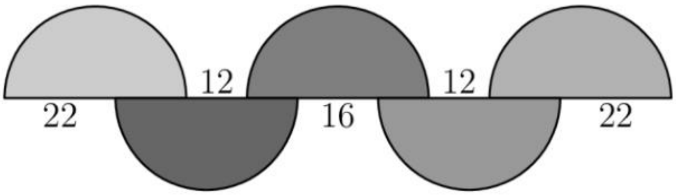
Y la respuesta correcta es (E).

11
Teodora escribió tres números enteros consecutivos en orden, pero en lugar de dígitos usó símbolos, así que escribió □♢♢, ♡△△, ♡△□. ¿Qué escribiría después?

(A) ♡ ♡ ♢   (B) □ ♡ □   (C) ♡ △ ♢   (D) ♡ ♢ □   (E) ♡ △ ♡

Vemos que la única manera de que tres números consecutivos acaben con la cifra de las decenas igual a la cifra de las unidades es que sean de la forma X99 → Y00→ Y01
Luego ♢=9, △=0, y por tanto los números son 199, 200, 201, luego vendrá el 202 que se representa por ♡ △ ♡ (E).

12
La figura muestra cinco semicírculos iguales y las longitudes de algunos segmentos de la línea recta. ¿Cuál es el radio de los semicírculos?

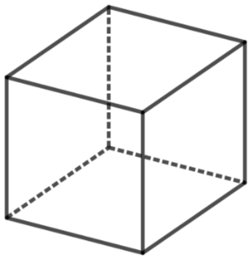


(A) 12   (B) 16   (C) 18   (D) 22   (E) 36

Sea d el diámetro común de estos semicírculos.
Se cumplirá la ecuación

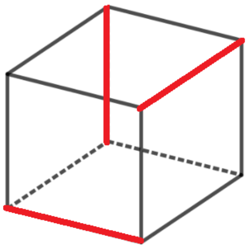
$$d + 12 + d + 12 + d = 22 + d + 16 + d + 22 \Rightarrow d = 36 \Rightarrow r = 18 \quad \text{(C).}$$

13
Algunas aristas de un cubo se van a colorear de rojo para que cada cara del cubo tenga al menos una arista roja. ¿Cuál es el menor número posible de aristas que podrían colorearse de rojo?



(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Estudiando la figura vemos que el mínimo son 3 (B):



14
Se pueden usar fósforos para escribir dígitos, como se muestra en la figura siguiente:

¿Cuántos números enteros positivos diferentes se pueden escribir usando exactamente seis fósforos de esta manera?

(A) 2   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 9

Se pueden usar fósforos para escribir dígitos, como se muestra en la figura siguiente:

¿Cuántos números enteros positivos diferentes se pueden escribir usando exactamente seis fósforos de esta manera?

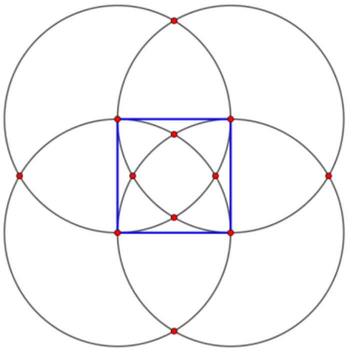
(A) 2   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 9

Canguro N3 2023 #14

15
Los lados de un cuadrado miden 1 cm de largo. Si consideramos todos los vértices, ¿cuántos puntos en el plano están exactamente a 1 cm de distancia de dos vértices cualesquiera?

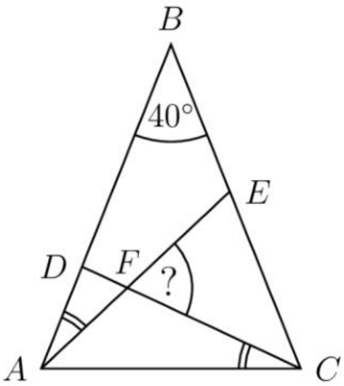
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Trazando las circunferencias de radio 1 y centro cada vértice podemos contar fácilmente estos puntos:



Hay 12 puntos en total.

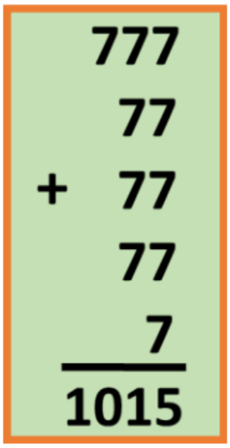
16
El triángulo ABC es isósceles con ∠ABC = 40º. Los dos ángulos marcados, ∠EAB y ∠DCA, son iguales. ¿Cuál es el valor del ángulo ∠CFE?



(A) 55º (B) 60º (C) 65º (D) 70º (E) 75º

Puesto que ΔABC es isósceles, $\angle A = (180º – 40º)/2 = 70º$.
Está claro que $\Delta ADF \approx \Delta CAD$ por el criterio AA de semejanza de triángulos (★68), luego $\angle DFA = \angle DAC = \angle A = 70º$.
Y puesto que son ángulos opuestos por el vértice, $\angle EFC = \angle DFA = 70º$.

17
Bart escribió el número 1015 como una suma de números usando solo el dígito 7. Usó el 7 un total de 10 veces, como se muestra en la figura. Ahora quiere escribir el número 2023 como una suma de números usando solo el dígito 7, usando el 7 un total de 19 veces. ¿Cuántas veces usará el número 77?



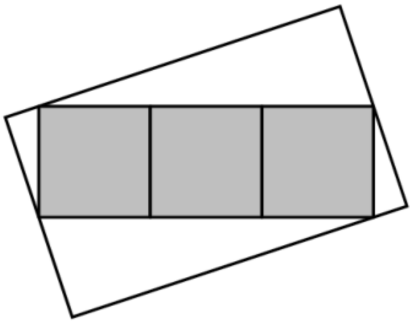
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Observamos que 2023 acaba en “3”, y que en la tabla del 7 solo acaba en 3 el 7x9=63, luego podemos esperar una suma de 9 filas.
La segunda columna tiene que sumar un número acabado en “2”, y tengo en cuenta que debo sumar los 6 del acarreo de la columna de las unidades, luego tiene que acabar en “6”, y el único producto que acaba en 6 es 7x8=56, luego podemos esperar 8 sietes en la columna de las decenas.
Finalmente necesito un “20” teniendo en cuenta que sumo “6” de la columna anterior, luego necesitaré un 14 que se puede obtener con 2 sietes. Y en total he utilizado los 19 sietes:

777+777+77+77+77+77+77+77+7=2023

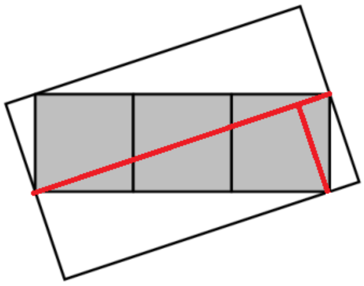
y en la suma aparece seis veces el 77 (E).

18
La imagen muestra un rectángulo formado por tres cuadrados grises, cada uno de 25 cm² de área, dentro de un rectángulo blanco más grande. Dos de los vértices del rectángulo gris tocan los puntos medios de los lados más pequeños del rectángulo blanco y los otros dos vértices del rectángulo gris tocan los otros dos lados del rectángulo blanco. ¿Cuál es el área, en cm² , del rectángulo blanco?



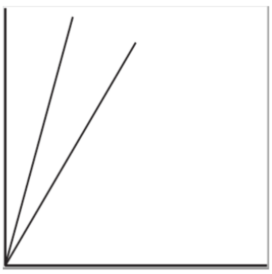
(A) 125   (B) 136   (C) 149   (D) 150   (E) 172

Dividiendo la figura por la mitad y observando las partes en las que queda descompuesta la figura vemos que la parte blanca del rectángulo es equivalente a la parte gris:



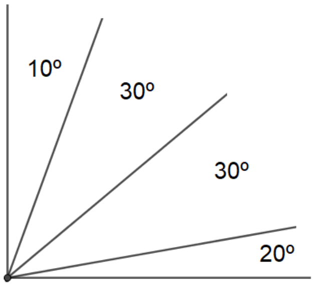
Luego el área del rectángulo grande será 6×25=150 (D).

19
En un ángulo recto ¿cuál es el menor número de líneas que se tendrían que dibujar, como se muestra en la figura, de modo que para cualquiera de los valores 10º, 20º, 30º, 40º, 50º, 60º, 70º y 80º, se puede elegir un par de líneas que determinen entre ellas un ángulo igual a ese valor?



(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Probando diferentes combinaciones encontramos una combinación mínima de 3 líneas:



con la que podemos comprobar fácilmente que obtenemos todos los ángulos pedidos en el enunciado (B).

20 La suma de 2023 enteros consecutivos es 2023. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número mayor de esos enteros? (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Sea x el primero de estos números. Tenemos:

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + \ldots + x + 2022 = 2023 \Leftrightarrow$$

$$2023x + (1 + 2 + 3 + \ldots + 2022) = 2023 \Leftrightarrow$$

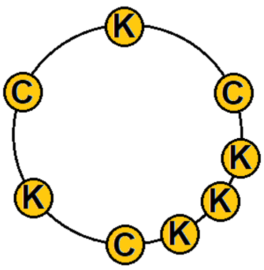
$$2023x + \frac{2024 \cdot 2023}{2} = 2023 \Leftrightarrow 2023x + 1012 \cdot 2023 = 2023 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 1012 = 1 \Leftrightarrow x = 1 - 1012 = -1011$$

El mayor de estos enteros es $-1011 + 2022 = 1011$ y la suma de sus dígitos es 3.

21 Algunos conejos y algunos canguros están situados en una circunferencia. Hay tres conejos en total y no hay dos conejos parados al lado de otro conejo. Hay exactamente tres canguros que están parados junto a otro canguro. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de canguros en la circunferencia? (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

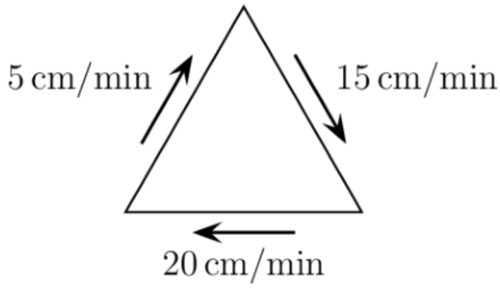
Por las condiciones que aparecen en el enunciado, una configuración con el máximo número de canguros sería como la siguiente:



con cinco canguros en la circunferencia (B).

22

Una hormiga camina por los lados de un triángulo equilátero. Las velocidades a las que viaja a lo largo de los tres lados son 5 cm/min, 15 cm/min y 20 cm/min, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la velocidad promedio, en cm/min, con la que la hormiga recorre todo el perímetro del triángulo?



(A) 10   (B) 80/11   (C) 180/19   (D) 15   (E) 40/3

Para facilitarnos los cálculos vamos a suponer que los lados del triángulo miden el $mcm(5,15,20)=60$

Luego recorre el primer lado en 60/5=12 minutos, el segundo lado en 60/15=4 minutos y el tercero en 60/20=3 minutos. Luego necesita 12+4+3=19 minutos en recorrer 60×3=180 cm, y esto da una velocidad promedio de 180/19 (C).

23

Blancanieves organizó una competición de ajedrez para los siete enanitos, en la que cada enano jugó un juego con todos los demás enanos. El lunes, Gruñón jugó 1 juego, Mocoso jugó 2, Dormilón 3, Tímido 4, Feliz 5 y Sabio jugó 6 juegos. ¿Cuántos juegos jugó Mudito el lunes?

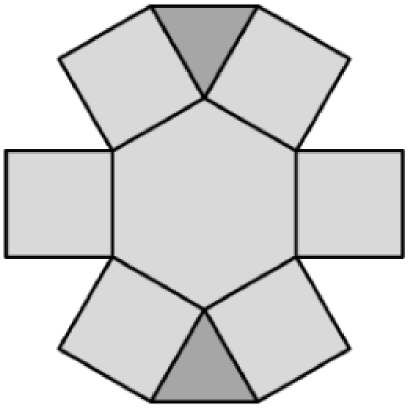
(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

Realizamos una tabla de doble entrada en la que iremos anotando los partidos celebrados en lunes (“L”). Vemos que S (Sabio) tiene que haber jugado todos los partidos en lunes. Por lo tanto G (Gruñón) solo puede haber jugado contra S. Luego F (Feliz) debe haber jugado todos los partidos en lunes menos el de G… de esta forma vamos rellenando la tabla hasta encontrar la combinación aceptable:

	G 1	Mo 2	D 3	T 4	F 5	S 6	Mu
G 1		V	V	V	V	L	V
Mo 2	V		V	V	L	L	V
D 3	V	V		L	L	L	V
T 4	V	V	L		L	L	L
F 5	V	L	L	L		L	L
S 6	L	L	L	L	L		L
Mu	V	V	V	L	L	L	

y finalmente observamos que Mudito jugó tres partidos en lunes (C).

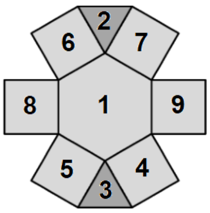
24
Elisa quiere escribir los números del 1 al 9 en las regiones de la forma que muestra la figura, de modo que el producto de los números en dos regiones adyacentes no sea mayor que 15. Se dice que dos regiones son adyacentes si tienen un borde común. ¿De cuántas maneras puede hacer esto?



(A) 12 (B) 8 (C) 32 (D) 24 (E) 16

Vemos los posibles "vecinos" que puede tener cada uno de los números que tenemos que colocar:
1 → 2,3,4,5,6,7,8,9
2 → 1,3,4,5,6,7
3 → 1,2,4,5
4 → 1,2,3
5 → 1,2,3
6 → 1,2
7 → 1,2
8 → 1
9 → 1

Ponemos en el centro el número más versátil, el 1.
Los números más problemáticos son el 8 y el 9, que solo pueden tener de vecino al 1. Luego los pondremos a ambos lados del 1.
El 6 y el 7 solo pueden ser vecinos del 1 y del 2, luego es razonable rellenar las casillas superiores (o inferiores) con 6 – 2 – 7.
Es razonable rellenar las casillas inferiores con 5 – 3 – 4.
De esta forma obtenemos una configuración aceptable:



En esta configuración podemos permutar el 8 y el 9, el 6 y el 7, el 5 y el 4 y los bloques superior 6 – 2 – 7 y inferior 5 – 3 – 4. Esto genera un total de
2×2×2×2=16 combinaciones posibles.

Si ahora intentamos colocar el 2 en el centro vemos que es imposible, pues entonces tenemos que colocar el 8 y el 9 en las casillas triangulares, luego el 6 y el 7 en las laterales, pero ya no podemos colocar el 5.

Y está claro que en la casilla central no podemos colocar ningún número mayor que 2.
Luego el total de combinaciones posibles es 16 (E).

25
Martín está parado en una fila. El número de personas en la fila es un múltiplo de 3. Se da cuenta de que tiene tantas personas delante de él como detrás de él. Ve a dos amigos, ambos de pie detrás de él en la fila, uno en el puesto 19 y el otro en el puesto 28. ¿En qué posición de la fila está Martín?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

Sea $n+1$ la posición que ocupa Martín. Luego tiene delante n personas y detrás otras n. En total hay $2n+1$ personas en la fila, que sabemos que es un múltiplo de 3.
Puesto que las posiciones 19 y 28 están detrás de él, se deberá cumplir
$n+1<19$ y $2n+1\geq 28$ y deber ser un múltiplo de 3.
$n+1<19 \Rightarrow n<18$.
Vamos probando casos:

$n=17 \Rightarrow 2n+1=35$ no es múltiplo de 3
$n=16 \Rightarrow 2n+1=33$ sí es múltiplo de 3
$n=15 \Rightarrow 2n+1=31$ no es múltiplo de 3
$n=14 \Rightarrow 2n+1=29$ no es múltiplo de 3
$n=13 \Rightarrow 2n+1=27<28$ ya no se cumplen las condiciones del enunciado.

Luego la única solución aceptable es $n+1=16+1=17$ (D).

26
Un equipo de rugby anotó 24, 17 y 25 puntos en los partidos séptimo, octavo y noveno de la temporada 2022. Su promedio de puntos por partido fue más alto después de 9 partidos que después de sus primeros 6 partidos. Su promedio después de 10 partidos fue más de 22. ¿Cuál es la menor cantidad de puntos que podrían haber anotado en su décimo partido?

(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26

Sea A la suma de los puntos en los primeros seis partidos. Sea x la puntuación obtenida en el partido décimo. Las condiciones del enunciado se pueden escribir con las siguientes dos desigualdades:

$$\frac{A}{6}<\frac{A+66}{9} \text{ y } \frac{A+66+x}{10}>22$$

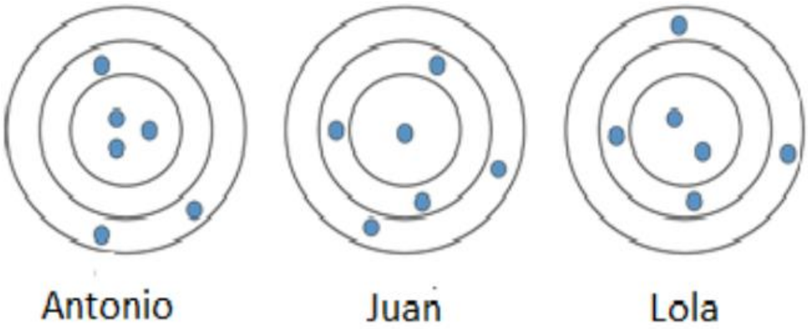
Desarrollamos estas dos desigualdades:

$$\frac{A}{6}<\frac{A+66}{9} \Leftrightarrow 3A<2A+132 \Leftrightarrow A<132$$

$$\frac{A+66+x}{10}>22 \Leftrightarrow A+66+x>220 \Leftrightarrow A+x>154$$

En el caso extremo de $A=131$ tendríamos $131+x>154 \Rightarrow x>23 \Rightarrow x\geq 24$ (C)

27
Antonio, Juan y Lola dispararon cada uno seis flechas a una diana. Las flechas que se clavan en cualquier lugar dentro del mismo anillo obtienen la misma cantidad de puntos. Antonio anotó 46 puntos y Juan anotó 34 puntos, como se muestra.



¿Cuántos puntos anotó Lola?

(A) 37 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41

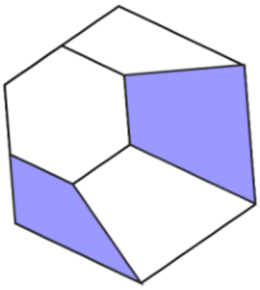
Sean a, b y c los puntos obtenidos por la diana central, la zona media y la zona exterior, respectivamente. Los resultados de Antonio y Juan se pueden representar como las ecuaciones

$$\begin{cases} 3a + b + 2c = 46 \\ a + 3b + 2c = 34 \end{cases}$$

Sumando las dos ecuaciones y dividiendo entre dos obtenemos la combinación asociada a Lola:

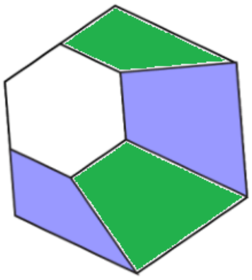
$$\begin{cases} 3a + b + 2c = 46 \\ a + 3b + 2c = 34 \end{cases} \Rightarrow 4a + 4b + 4c = 80 \Rightarrow 2a + 2b + 2c = 40 \quad \text{(D)}$$

28
Un hexágono regular se divide en cuatro cuadriláteros y un hexágono regular más pequeño. El área de la región coloreada y el área del hexágono pequeño están en la proporción 4/3. ¿Cuál es la relación área del hexágono pequeño / área del hexágono grande ?



(A) 3/11 (B) 1/3 (C) 2/3 (D) 3/4 (E) 3/5

Copiando las zonas coloreadas en los huecos podemos ver que llenan todo el hexágono grande menos el hexágono pequeño:



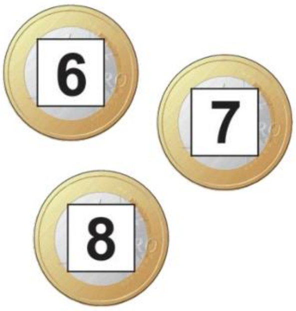
Así pues, $H_G = 2C + H_P$

Sabemos que $\frac{C}{H_P} = \frac{4}{3}$, luego

$$\frac{H_G}{H_P} = \frac{2C + H_P}{H_P} = 2\frac{C}{H_P} + 1 = 2\frac{4}{3} + 1 = \frac{8}{3} + 1 = \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{H_P}{H_G} = \frac{3}{11} \quad \text{(A)}$$

29

Luis escribió seis números consecutivos en seis trozos de papel, un número en cada trozo. Pegó estos trozos de papel en la cara y en la cruz de tres monedas. Luego lanzó estas tres monedas tres veces. En el primer lanzamiento, obtuvo todo caras y vio los números 6, 7 y 8, como se muestra en la figura. En el segundo lanzamiento, la suma de los números que vio fue 23 y en el tercer lanzamiento la suma fue 17. ¿Cuál fue la suma de los números que pegó en las tres cruces de las monedas?



(A) 18 (B) 19 (C) 23 (D) 24 (E) 30

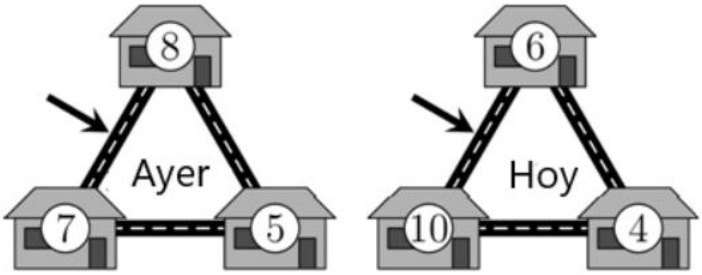
Vamos probando combinaciones posibles de números menores y mayores que 6,7,8 que sumen 23 y 17, hasta encontrar, por tanteo, una combinación aceptable:

Cara	–	Cruz
6	-	5
7	-	9
8	-	4

Con lo que las sumas de las cruces será 5+9+4=18 (A).

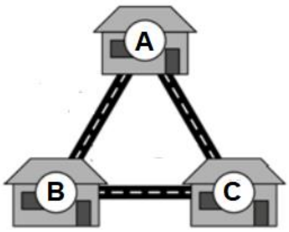
30

Algunos ratones viven en tres casas vecinas. Anoche, cada ratón salió de su casa y se trasladó a una de las otras dos casas, tomando siempre el camino más corto. Los números en el diagrama muestran el número de ratones por casa, ayer y hoy. ¿Cuántos ratones usaron el camino que muestra la flecha?



(A) 9 (B) 11 (C) 12 (D) 16 (E) 19

Sean las casas A, B y C:



Sea a el número de ratones que va de A a B, b el número de ratones que van de B a C, y c el número de ratones que van de C a A.
Puesto que todos los ratones se mueven , los ratones que van de A a C serán 8-a, los ratones que van de B a A serán 7-b y los ratones que van de C a B serán 5-c.
Observando el esquema "Hoy" vemos que se debe cumplir

$$\begin{cases} 6 = 7 - b + c \\ 4 = b + 8 - a \\ 10 = a + 5 - c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = c - b \\ -4 = b - a \\ 5 = a - c \end{cases}$$

restando la primera a la tercera tenemos

$$5 - 1 = a - c + c - b \Leftrightarrow 4 = a - b \Rightarrow 11 = 4 + 7 = a - b + 7 = a + 7 - b$$

y precisamente $a + 7 - b = 11$ es la cantidad de ratones que se han movido por el camino entre A y B, en una dirección u otra.

Canguro N4 2023 Enunciados

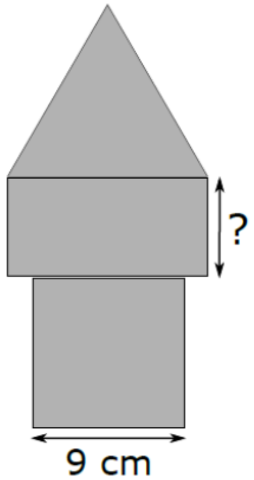
1
Diana pensó un número entero positivo menor que 10. Luego lo multiplicó por 5, sumó otro número entero positivo menor que 5 y duplicó el resultado. Obtuvo como valor final 46. ¿Cuál es la suma de los números que había pensado Diana?

(A) 6   (B) 7   (C) 8   (D) 9   (E) 10

2
Juan tiene 150 monedas. Cuando las arroja sobre la mesa, el 40% de ellas muestran cara y el 60 % de ellas muestran cruz. ¿A cuántas monedas necesita dar la vuelta para tener el mismo número de caras y cruces?

(A) 10   (B) 15   (C) 20   (D) 25   (E) 30

3
Julia dibujó una torre, como muestra la figura.



La torre consta de tres piezas, un cuadrado, un rectángulo y un triángulo equilátero. Las tres piezas tienen el mismo perímetro. Si cada lado del cuadrado mide 9 cm, ¿cuál es la longitud del lado marcado con el signo de interrogación del rectángulo?

(A) 2   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 10

4
Hay un dado no convencional que en sus caras tiene los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, pero las sumas de los lados opuestos son tres números primos diferentes. ¿Cuál de las siguientes opciones es falsa?

(A) Uno de estos números primos puede ser 5
(B) El menor de estos números primos debe ser 3
(C) El mayor de estos números primos debe ser 11
(D) La suma de dos de estos números primos debe ser 10
(E) La suma de dos de estos números primos debe ser 18

5

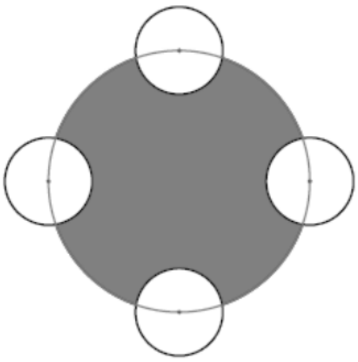
Cuatro animales, del más pesado al más ligero, son un pingüino, un perro, un gato y una rana. Cada uno pesa un número entero de kilos y sus pesos son diferentes. El peso de los cuatro juntos es de 18 kilos. Si el perro pesa 7 kilos. ¿Cuánto pesa el gato?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

6
El código PIN de una tarjeta de crédito consta de cuatro dígitos diferentes cuya suma es 8. El producto de los dos primeros dígitos es igual al número de dos dígitos formado por el tercero y el cuarto dígito. ¿Cuántos códigos PIN existen que cumplan las condiciones anteriores?

(A) 0   (B) 1   (C) 2   (D) 3   (E) Más de 3

7
En la figura se ha dibujado un círculo de radio 3 y cuatro círculos de radio 1. ¿Cuál es el área de la zona sombreada?

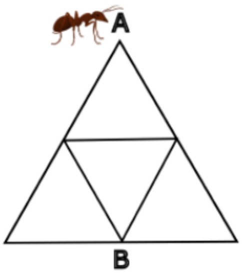


(A) Menos de 6π (B) 6π (C) Entre 6π y 7π (D) 7π (E) Más de 7π

8
Un profesor escribe los dígitos mostrados en la pizarra. Le pide a un estudiante que escriba algunos signos de multiplicación entre los dígitos para que la expresión resultante sea igual a 2023. ¿Cuántos signos de multiplicación debe escribir el estudiante?

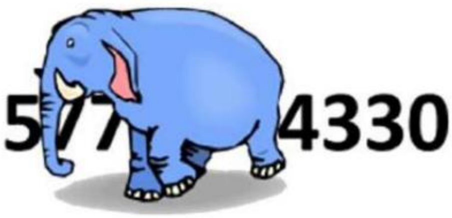
(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

9
Una hormiga se mueve desde el punto A al punto B. Para hacerlo, no puede moverse dos veces en el mismo segmento. ¿De cuántas maneras puede llegar desde A a B?



(A) 6   (B) 8   (C) 4   (D) 10   (E) 9

10
El circo tiene diez números de teléfono. Son números consecutivos a partir del que se muestra. Desafortunadamente, en este momento un elefante está ocultando algunos de los dígitos. ¿Cuántos de estos diez números de teléfono son múltiplos de 8?

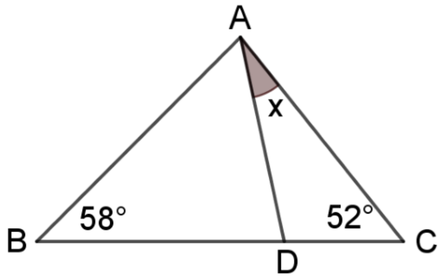


(A) Ninguno   (B) Uno   (C) Dos   (D) Tres   (E) No es posible determinarlos

11
Cada una de las cuatro cajas contiene la misma cantidad de bombones. Las cuatro cajas juntas tienen menos de 90 bombones pero tres de ellas tienen más de 65 bombones. ¿Cuántos bombones contiene cada caja?

(A) 19   (B) 21   (C) 23   (D) 24   (E) Ninguno de los valores anteriores

12
El triángulo ABC tiene ∠B = 58º y ∠C = 52º, como se muestra en la figura. El triángulo ABD es semejante al triángulo ABC. ¿Cuántos grados mide el ángulo x? (La figura no está a escala).



(A) 16º   (B) 18º   (C) 19º   (D) 20º   (E) 22º

13
En un cierto país tienen nuevas regulaciones para medir la hora del día. Un día completo se divide en dos partes iguales, la medianoche y el mediodía. Pero ahora en lugar de dividir estos intervalos de tiempo en 12 horas de 60 minutos cada una, utilizan 10 "nuevas horas" de 100 "nuevos minutos" cada una. Si un reloj muestra la nueva hora 8:25, ¿cuál es la hora en ese instante en nuestra forma habitual de medir el tiempo?

(A) 7:54   (B) 8:15   (C) 8:25   (D) 9:15   (E) 9:54

14
Álex juega al tenis solo los domingos por la mañana y solo si no llueve. Después del tenis, Álex siempre va a la piscina a nadar. Hoy jugó al tenis. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

(A) Mañana es domingo
(B) Ayer Álex estuvo en la piscina
(C) El próximo domingo Álex jugará al tenis

(D) Ayer fue un día lluvioso
(E) No llovió esta mañana.

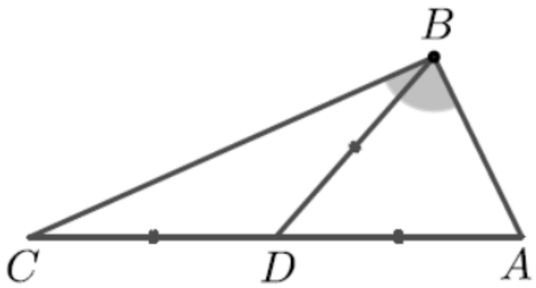
15
¿Cuántos de los enteros positivos de seis dígitos que se pueden escribir usando solo una vez todos los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6 son divisibles por 25?

(A) 120 (B) 64 (C) 36 (D) 24 (E) 0 (Ninguno)

16
Carla leyó un libro, que tiene 450 páginas, en cinco días. En el primer día leyó el 16 % del libro. El segundo día leyó el doble que el día anterior. El tercer día leyó un tercio de la parte restante. El cuarto día leyó el 25 % del resto. ¿Qué tanto por ciento de todo el libro leyó Carla el quinto día?

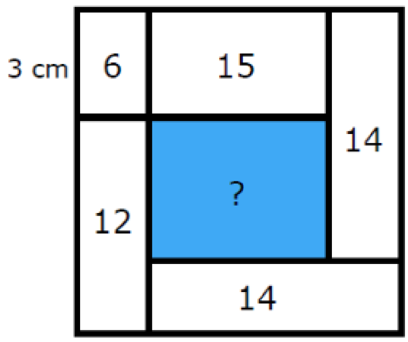
(A) 21 % (B) 26 % (C) 38 % (D) 62 % (E) 75%

17
En la figura los segmentos AD, BD y DC tienen la misma longitud. ¿Cuál es la medida del ángulo sombreado ∠ABC?



(A) 100º (B) 90º (C) 85º (D) 80º (E) 75º

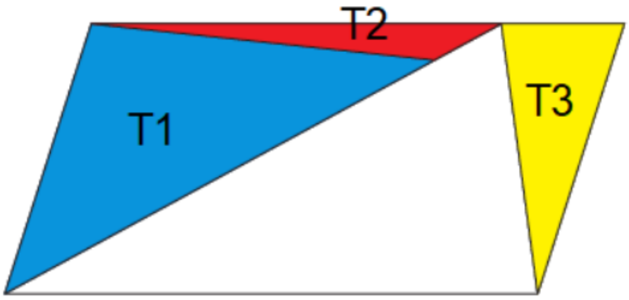
18
Un cuadrado está formado por seis rectángulos. Dentro de cada rectángulo aparece su área en cm² . La longitud del lado del rectángulo más pequeño es de 3 cm. ¿Cuál es el área del rectángulo coloreado?



(A) 18 cm² (B) 20 cm² (C) 24 cm² (D) 28 cm² (E) 30 cm²

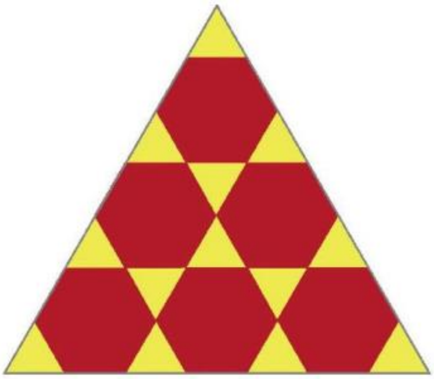
19

El área de un paralelogramo que se muestra en la imagen es igual a 300 cm² . Las áreas de los triángulos T1 y T3 son 100 cm² y 40 cm² respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo T2? La imagen no está a escala.



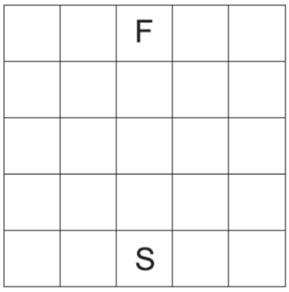
(A) 20 cm²   (B) 50 cm²   (C) 10 cm²   (D) 30 cm²   (E) 25 cm²

20
Un parque tiene la forma de un triángulo equilátero con un perímetro de 63 metros. Hay 6 zonas hexagonales de áreas iguales en los que se han sembrado tulipanes. En el resto de zonas con forma de triángulos equiláteros iguales se han plantado narcisos .¿Qué parte del área del parque representa la zona plantada de tulipanes?

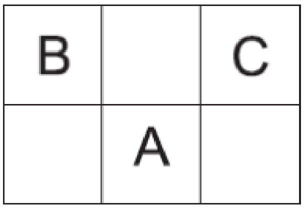


(A) 2/5   (B) 3/4   (C) 13/49   (D) 14/49   (E) 36/49

21
El canguro Jack quiere ir desde el punto S hasta el punto F como se muestra en la imagen inferior.



Sin embargo, cada vez que Jack salta, avanza en diagonal a un cuadrado de la fila inmediata superior. Por ejemplo, desde el punto A, puede saltar al punto B o al punto C, como se muestra en la figura lateral.



¿De cuántas maneras diferentes (caminos) puede ir Jack del punto S al punto F?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 12

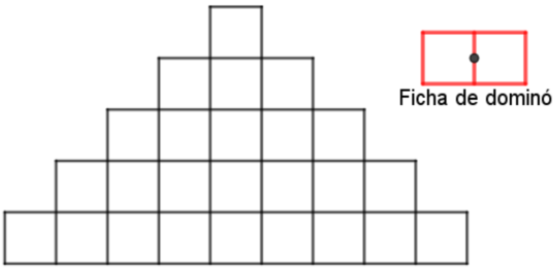
22
A, B y C son dígitos distintos, siendo A y C distintos de 0, tales que seis veces el número de tres dígitos ABC es igual al número de tres dígitos CCC. Encuentra el valor de A + B + C.

(A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 14 (E) 15

23
Andy, Bella y Carlos tienen 59 monedas entre los tres. Primero, Andy le da a Bella la mitad de sus monedas. Luego, Bella le da a Carlos la mitad de sus monedas. Finalmente, Carlos le da a Andy un tercio de sus monedas. Andy termina con 22 monedas. Bella tenía 22 monedas antes de que Andy le diera la mitad de sus monedas. ¿Con cuántas monedas comenzó Carlos?

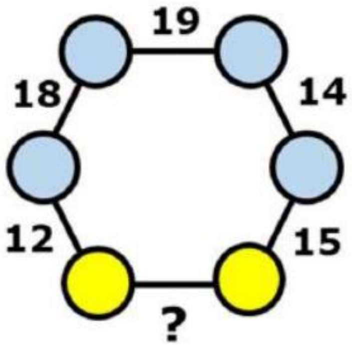
(A) 13 (B) 14 (C) 59 (D) 24 (E) 9

24
La siguiente figura está formada por cuadrados idénticos. ¿Cuál es el mayor número de fichas de dominó, como la que se muestra, que podemos colocar en la figura? Las fichas de dominó deben colocarse horizontal o verticalmente cubriendo cuadrados y no deben superponerse entre sí.



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

25
En los vértices del hexágono, en cada círculo se escribe un número, en el lado que los conecta se escribe la suma de los números de los dos círculos conectados, como se muestra en la figura. ¿Qué número debe escribirse en el lado que une los dos círculos del lado inferior del hexágono?

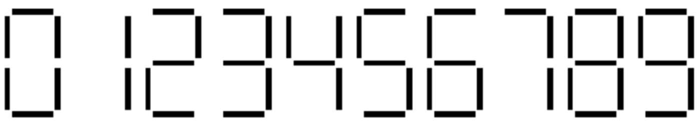


(A) 10   (B) 11   (C) 12   (D) 13   (E) 14

26
Para el almuerzo, Javier siempre compra tres productos de la cantina. Hay ensaladas, pasteles y sándwiches y cada uno tiene un precio diferente, pero todos los de cada tipo tienen el mismo precio. El lunes compra un pastel y dos ensaladas pagando 1,8 €. El martes compra una ensalada y dos sándwiches pagando 2,5 €. El miércoles, compra un sándwich y dos pasteles pagando 1,7 €. ¿Cuál es el precio de un sándwich?

(A) 0,5 €   (B) 0,6 €   (C) 0,7 €   (D) 0,8€   (E) 0,9 €

27 Una pantalla digital muestra los dígitos como aparecen en la figura. Para representar el número 23, la pantalla usa un total de 10 barras: cinco para el dígito 2 y otras cinco para el dígito 3. ¿Cuántos números naturales de dos dígitos, incluido el número 23, se pueden mostrar usando exactamente 10 barras?



(A) 13   (B) 14   (C) 15   (D) 16   (E) 17

28
Un grupo de estudiantes debe responder a un cuestionario que tiene 3 preguntas. El 90 % ha contestado bien la primera pregunta, el 80 % la segunda y el 70 % la tercera. ¿Cuál es el porcentaje mínimo de estudiantes que han contestado bien las 3 cuestiones?

(A) 30 %   (B) 35 %   (C) 40 %   (D) 50 %   (E) 70 %

29
En una fiesta de cumpleaños se encuentra el doble de niños que de adultos. La media de las edades de todos los asistentes es cinco veces la de los niños. Las edades de todos son números naturales mayores que 1 y la suma de las edades de los adultos es 156. ¿Cuál es el número máximo de personas que podría haber en la fiesta?

(A) 9   (B) 12   (C) 15   (D) 18   (E) 21

30

Ana, Juan y Sebastián jugaron un juego. Cada uno de ellos escribió en secreto 10 palabras en una hoja de papel. Luego revelaron sus papeles y contaron su puntuación. Si solo un participante escribió una palabra dada, obtuvo 3 puntos. Si lo escribieron dos participantes, cada uno obtuvo un punto. Si los tres lo escribieron, nadie obtuvo puntos. Al final del juego, cada uno tenía una puntuación diferente. Juan fue el último con 19 puntos. Ana obtuvo la mayor cantidad de puntos. ¿Cuántos puntos tuvo?

(A) 21   (B) 23   (C) 24   (D) 25   (E) 27

Canguro N4 2023 Respuestas correctas

1	B
2	B
3	C
4	A
5	A
6	C
7	E
8	C
9	B
10	B
11	E
12	B
13	E
14	E
15	D
16	B
17	B
18	B
19	C
20	E
21	D
22	B
23	A
24	C
25	E
26	E
27	D
28	C
29	D
30	D

Canguro N4 2023 Localización en la librería Toomates Coolección.

1	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.1.61
2	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.5.7
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.25
4	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.70
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.69
6	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.22
7	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	6.3.18
8	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.1.62
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.46
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.71
11	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	8.12
12	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	7.1.14
13	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.7.18
14	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	1.10
15	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.58
16	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.5.8
17	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.1.8
18	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.26
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.5.14
20	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.7.19
21	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.59
22	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.105
23	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.2.11
24	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.24
25	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.4.5
26	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.3.3
27	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.45
28	http://www.toomates.net/biblioteca/Probabilidad.pdf	1.20
29	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.4.4
30	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.21

Canguro N4 2023 Soluciones desarrolladas

1
Diana pensó un número entero positivo menor que 10. Luego lo multiplicó por 5, sumó otro número entero positivo menor que 5 y duplicó el resultado. Obtuvo como valor final 46. ¿Cuál es la suma de los números que había pensado Diana?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

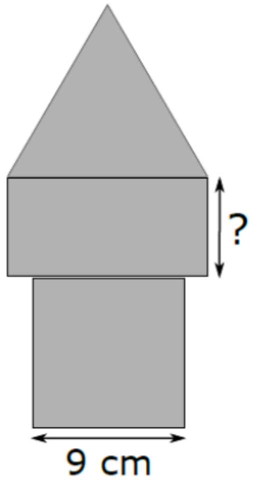
Estamos buscando dos números de la forma $2(5x+y)=46 \Rightarrow 5x+y=23$
y claramente $x=4, y=3$ satisfacen la ecuación. Luego la respuesta es $4+3=7$ (B)

2
Juan tiene 150 monedas. Cuando las arroja sobre la mesa, el 40% de ellas muestran cara y el 60 % de ellas muestran cruz. ¿A cuántas monedas necesita dar la vuelta para tener el mismo número de caras y cruces?

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

40% de 150 = 60, luego es necesario dar la vuelta a 15 (B) para obtener 45 caras y 45 cruces.

3
Julia dibujó una torre, como muestra la figura.



La torre consta de tres piezas, un cuadrado, un rectángulo y un triángulo equilátero. Las tres piezas tienen el mismo perímetro. Si cada lado del cuadrado mide 9 cm, ¿cuál es la longitud del lado marcado con el signo de interrogación del rectángulo?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

El perímetro del cuadrado es $9\times 4=36$
Luego el lado del triángulo es $36\div 3=12$, que es el lado mayor del rectángulo.
Luego tenemos la ecuación $36=2\times 12+2x \Rightarrow x=6$ (C)

4
Hay un dado no convencional que en sus caras tiene los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, pero las sumas de los lados opuestos son tres números primos diferentes. ¿Cuál de las siguientes opciones es falsa?

(A) Uno de estos números primos puede ser 5
(B) El menor de estos números primos debe ser 3
(C) El mayor de estos números primos debe ser 11
(D) La suma de dos de estos números primos debe ser 10
(E) La suma de dos de estos números primos debe ser 18

Probando diferentes combinaciones encontramos una combinación compatible con las condiciones del enunciado:

$$2+1=3,\ 4+3=7,\ 6+5=11$$

y la única opción que no se cumple es la (A).

5
Cuatro animales, del más pesado al más ligero, son un pingüino, un perro, un gato y una rana. Cada uno pesa un número entero de kilos y sus pesos son diferentes. El peso de los cuatro juntos es de 18 kilos. Si el perro pesa 7 kilos. ¿Cuánto pesa el gato?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Tenemos la ecuación $18 = P + 7 + G + R$ con números diferentes, enteros y en orden decreciente. Por tanteo llegamos a una solución posible: $18 = 8 + 7 + 2 + 1$, y por tanto el gato pesa 2 kilos (A).

6
El código PIN de una tarjeta de crédito consta de cuatro dígitos diferentes cuya suma es 8. El producto de los dos primeros dígitos es igual al número de dos dígitos formado por el tercero y el cuarto dígito. ¿Cuántos códigos PIN existen que cumplan las condiciones anteriores?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Más de 3

Sean a,b,c,d estos cuatro dígitos.

Se debe cumplir:

$$\begin{cases} a+b+c+d=8 \\ ab=\overline{cd} \end{cases}$$

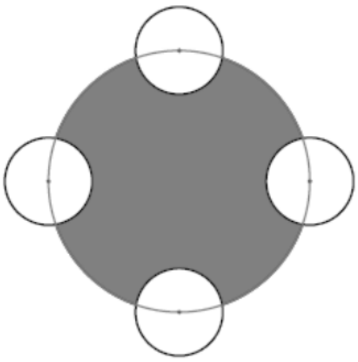
Nos concentramos en la segunda igualdad y hacemos una tabla de posibles valores para a y b cumpliendo estas condiciones. Vemos que las opciones válidas son reducidas:

a·b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3		03	06							
4		04	03	12						
5		05	10	15						
6		06	12							
7		07								
8										
9										

Las únicas opciones válidas son $a=5, b=2, c=1, d=0$ y $a=2, b=5, c=1, d=0$. Luego la solución correcta es 2 (C).

7

En la figura se ha dibujado un círculo de radio 3 y cuatro círculos de radio 1. ¿Cuál es el área de la zona sombreada?



(A) Menos de 6π (B) 6π (C) Entre 6π y 7π (D) 7π (E) Más de 7π

El área del círculo central es $\pi \cdot 3^2 = 9\pi$.

El área de medio círculo pequeño es $\frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$, luego el área de cuatro medio círculos pequeños es $4\frac{\pi}{2} = 2\pi$.

Pero el área que quitamos es un poco menos, es decir, el área sombreada será un poco más de $9\pi - 2\pi = 7\pi$ (E).

8

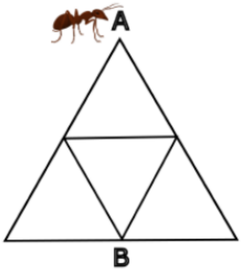
Un profesor escribe los dígitos mostrados en la pizarra. Le pide a un estudiante que escriba algunos signos de multiplicación entre los dígitos para que la expresión resultante sea igual a 2023. ¿Cuántos signos de multiplicación debe escribir el estudiante?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Observamos que 2023=17×17×17×7 (recordemos que para estas competiciones matemáticas siempre hay que presentarse conociendo la factorización del año actual)
luego podemos escribir 17×17×1×7×1=2023 y la respuesta correcta es 4 (C).

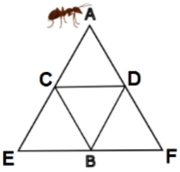
9

Una hormiga se mueve desde el punto A al punto B. Para hacerlo, no puede moverse dos veces en el mismo segmento. ¿De cuántas maneras puede llegar desde A a B?



(A) 6   (B) 8   (C) 4   (D) 10   (E) 9

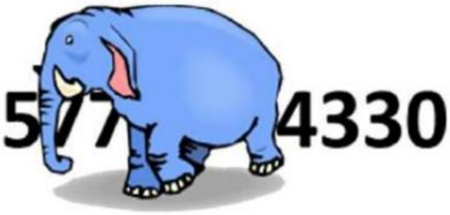
Denotamos por C, D, E y F los otros vértices de la figura:



basta hacer un simple árbol de posibilidades para ver que los caminos aceptables son:
ACB, ACEB, ACDB, ACDFB, ADB, ADFB, ADCEB, ADCB, 8 en total.

10

El circo tiene diez números de teléfono. Son números consecutivos a partir del que se muestra. Desafortunadamente, en este momento un elefante está ocultando algunos de los dígitos. ¿Cuántos de estos diez números de teléfono son múltiplos de 8?



(A) Ninguno (B) Uno (C) Dos (D) Tres (E) No es posible determinarlos

Los múltiples de 8 serán números que sean pares y sigan siendo pares después de dividirlos entre 2 dos veces. Veamos las posibilidades tomando los últimos cuatro dígitos:

4330/2=2215 y ya no es par.
4332/2=2166, 2166/2=1083 ya no es par.
4334/2=2167 ya no es par.
4336/2=2168, 2168/2=1084 es aceptable.
4338/2=2169 ya no es par.

hay un número aceptable (B).

11

Cada una de las cuatro cajas contiene la misma cantidad de bombones. Las cuatro cajas juntas tienen menos de 90 bombones pero tres de ellas tienen más de 65 bombones. ¿Cuántos bombones contiene cada caja?

(A) 19 (B) 21 (C) 23 (D) 24 (E) Ninguno de los valores anteriores

Sea x la cantidad de bombones de una caja.

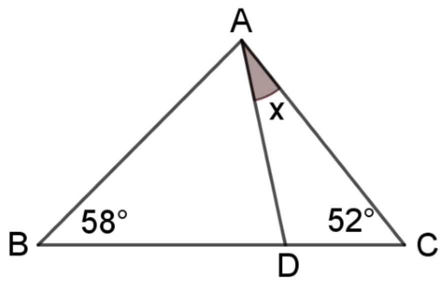
$$4x < 90 \Leftrightarrow x < \frac{90}{4} = 22.5$$

$$3x > 65 \Leftrightarrow x > \frac{65}{3} = 21.\hat{6}$$

Y puesto que x es un entero, solo puede ser $x = 22$ (E).

12

El triángulo ABC tiene ∠B = 58º y ∠C = 52º, como se muestra en la figura. El triángulo ABD es semejante al triángulo ABC. ¿Cuántos grados mide el ángulo x? (La figura no está a escala).



(A) 16º (B) 18º (C) 19º (D) 20º (E) 22º

$\Delta ABD \approx \Delta ABC \Rightarrow \angle BAD = \angle BCA = 52^\circ$, y nos queda la ecuación
$180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C = 58^\circ + 52^\circ + x + 52^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$

13

En un cierto país tienen nuevas regulaciones para medir la hora del día. Un día completo se divide en dos partes iguales, la medianoche y el mediodía. Pero ahora en lugar de dividir estos intervalos de tiempo en 12 horas de 60 minutos cada una, utilizan 10 "nuevas horas" de 100 "nuevos minutos" cada una. Si un reloj muestra la nueva hora 8:25, ¿cuál es la hora en ese instante en nuestra forma habitual de medir el tiempo?

(A) 7:54 (B) 8:15 (C) 8:25 (D) 9:15 (E) 9:54

Un día completo serán 20×100=2000 nm ("nuevos minutos") que equivaldrán a 24×60=1440 vm ("viejos minutos").
8:25 equivale a $8 \cdot 100 + 25 = 825$ nm
Ahora hacemos una regla de tres:

$$\begin{array}{c} 2000 \leftrightarrow 1440 \\ 825 \leftrightarrow x \end{array} \Rightarrow x = \frac{1440 \cdot 825}{2000} = 594 \text{ vm}$$

594 vm = 9 horas y 54 minutos (E).

14
Álex juega al tenis solo los domingos por la mañana y solo si no llueve. Después del tenis, Álex siempre va a la piscina a nadar. Hoy jugó al tenis. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

(A) Mañana es domingo
(B) Ayer Álex estuvo en la piscina
(C) El próximo domingo Álex jugará al tenis
(D) Ayer fue un día lluvioso
(E) No llovió esta mañana.

La (E) porque si hubiera llovido no habría ido a jugar a tenis.

15
¿Cuántos de los enteros positivos de seis dígitos que se pueden escribir usando solo una vez todos los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6 son divisibles por 25?

(A) 120 (B) 64 (C) 36 (D) 24 (E) 0 (Ninguno)

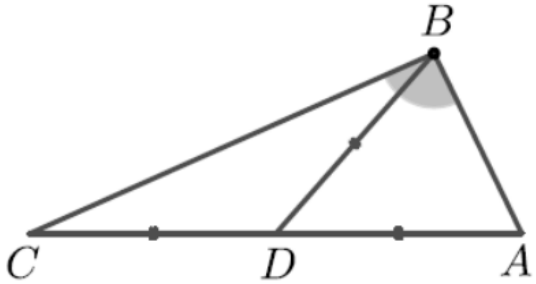
Los múltiples de 25 son los números que acaban en 00,25, 50 o 75. Puesto que no podemos usar el 7 ni el 0, la única posibilidad es acabar en 25.
Luego son todos los números de la forma ABCD25 con todas las permutaciones de los cuatro dígitos 1, 3, 4, 6, es decir $4! = 24$ combinaciones posibles (D)

16
Carla leyó un libro, que tiene 450 páginas, en cinco días. En el primer día leyó el 16 % del libro. El segundo día leyó el doble que el día anterior. El tercer día leyó un tercio de la parte restante. El cuarto día leyó el 25 % del resto. ¿Qué tanto por ciento de todo el libro leyó Carla el quinto día?

(A) 21 % (B) 26 % (C) 38 % (D) 62 % (E) 75%

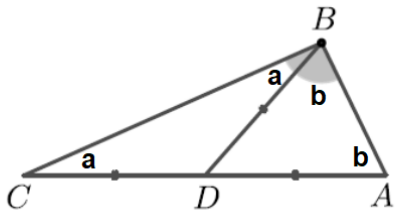
Primer día: 16% de 450 = 72 páginas.
Segundo día: 144 páginas.
Tercer día: Parte restante: 234 → 78 páginas.
Cuarto día: 72+144+78=294 → Resto = 450 – 294 = 156 → 39 páginas.
Quinto día: 450-(294+39)= 117 → 117/450=0.25 → 26 % (B).

17
En la figura los segmentos AD, BD y DC tienen la misma longitud. ¿Cuál es la medida del ángulo sombreado ∠ABC?



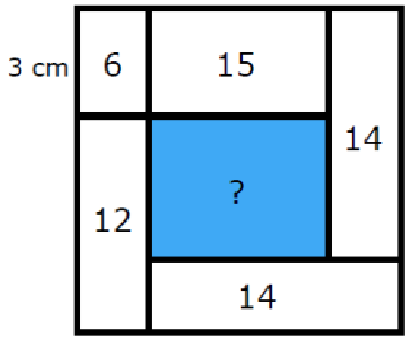
(A) 100º (B) 90º (C) 85º (D) 80º (E) 75º

Puesto que ΔBCD y ΔBAD son triángulos isósceles tienen dos ángulos iguales, sea $a = \angle BCD = \angle CBD$ y $b = \angle DBA = \angle BAC$.



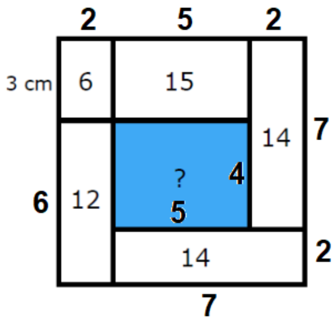
Por lo tanto
$\angle A + \angle B + \angle C = a + a + b + b = 180^\circ \Rightarrow 2a + 2b = 180^\circ \Rightarrow \angle B = a + b = 90^\circ$ (B)

18
Un cuadrado está formado por seis rectángulos. Dentro de cada rectángulo aparece su área en cm² . La longitud del lado del rectángulo más pequeño es de 3 cm. ¿Cuál es el área del rectángulo coloreado?



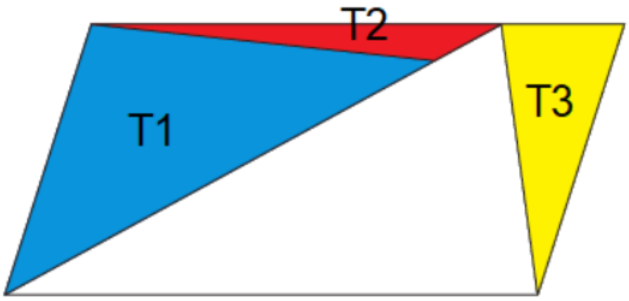
(A) 18 cm² (B) 20 cm² (C) 24 cm² (D) 28 cm² (E) 30 cm²

Sabiendo que el área de un rectángulo es base por altura, se pueden ir deduciendo de forma encadenada todas las dimensiones de los rectángulos del esquema:



Hasta deducir que el rectángulo interior azul mide 5×4 y por tanto su área es 20 cm² (B).

19
El área de un paralelogramo que se muestra en la imagen es igual a 300 cm² . Las áreas de los triángulos T1 y T3 son 100 cm² y 40 cm² respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo T2? La imagen no está a escala.

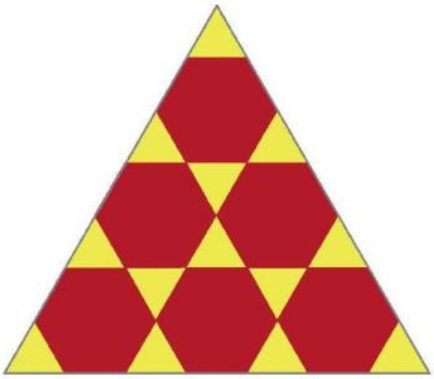


(A) 20 cm²   (B) 50 cm²   (C) 10 cm²   (D) 30 cm²   (E) 25 cm²

Sea T4 el triángulo blanco. El paralelogramo se puede descomponer en dos triángulos, y los triángulos que comparten una misma base y una misma altura tienen el mismo área, luego T4 tiene área 300/2=150.
Los triángulos T1+T2+T3 forman un triángulo equivalente a T4, pues comparte con él la misma base (los lados inferior y superior del paralelogramo son iguales) y la misma altura, luego

$$T1+T2+T3=150 \Rightarrow T2=150-T1-T3=150-100-40=10 \quad \text{(C).}$$

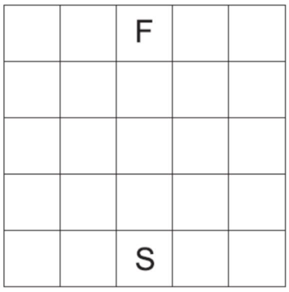
20
Un parque tiene la forma de un triángulo equilátero con un perímetro de 63 metros. Hay 6 zonas hexagonales de áreas iguales en los que se han sembrado tulipanes. En el resto de zonas con forma de triángulos equiláteros iguales se han plantado narcisos .¿Qué parte del área del parque representa la zona plantada de tulipanes?



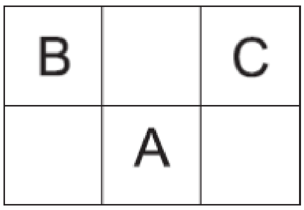
(A) 2/5 (B) 3/4 (C) 13/49 (D) 14/49 (E) 36/49

Sabemos que un hexágono regular se puede descomponer en seis triángulos equiláteros.
Luego tenemos la proporción 1T=6N, hay 6 terrenos de tulipanes, luego
6T=36N
Añadimos 13 terrenos de narcisos para un total de 36N+13N=49N.
Luego la proporción es 6T/Total=36/49 (E).

21
El canguro Jack quiere ir desde el punto S hasta el punto F como se muestra en la imagen inferior.



Sin embargo, cada vez que Jack salta, avanza en diagonal a un cuadrado de la fila inmediata superior. Por ejemplo, desde el punto A, puede saltar al punto B o al punto C, como se muestra en la figura lateral.



¿De cuántas maneras diferentes (caminos) puede ir Jack del punto S al punto F?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 12

Etiquetamos del 1 al 7 las posiciones intermedias:

		F		
	6		7	
3		4		5
	1		2	
		S		

Con lo que obtenemos los siguientes caminos posibles:

S-1-3-6-F
S-1-4-6-F
S-1-4-7-F
S-2-4-6-F
S-2-4-7-F
S-2-5-7-F

Seis en total (D).

22
A, B y C son dígitos distintos, siendo A y C distintos de 0, tales que seis veces el número de tres dígitos ABC es igual al número de tres dígitos CCC. Encuentra el valor de A + B + C.

(A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 14 (E) 15

$6(100A+10B+C)=100C+10C+C \Leftrightarrow 600A+60B+6C=C(100+10+1)=111C$
$\Leftrightarrow 600A+60B=105C \Leftrightarrow 40A+4B=7C \Leftrightarrow 4(10A+B)=7C$
De aquí se deduce que C debe ser un múltiplo de 4, es decir, $C=4C'$ con $C'=1,2$, luego $10A+B=7C'$
Esto solo puede ocurrir para $C'=2 \Rightarrow C=8$, $A=1$ y $B=4$. Luego la solución es $8+1+4=13$.

23
Andy, Bella y Carlos tienen 59 monedas entre los tres. Primero, Andy le da a Bella la mitad de sus monedas. Luego, Bella le da a Carlos la mitad de sus monedas. Finalmente, Carlos le da a Andy un tercio de sus monedas. Andy termina con 22 monedas. Bella tenía 22 monedas antes de que Andy le diera la mitad de sus monedas. ¿Con cuántas monedas comenzó Carlos?

(A) 13 (B) 14 (C) 59 (D) 24 (E) 9

$a+b+c=59$
$b=22$
Primero: Andy le da a Bella la mitad de sus monedas:

$$\begin{cases} a \to \frac{1}{2}a \\ b \to b+\frac{1}{2}a \\ c \to c \end{cases}$$

Segundo: Bella le da a Carlos la mitad de sus monedas:

$$\begin{cases} a \to \frac{1}{2}a \\ b \to b+\frac{1}{2}a \to \frac{1}{2}\left(b+\frac{1}{2}a\right) \\ c \to c \to c+\frac{1}{2}\left(b+\frac{1}{2}a\right) \end{cases}$$

Finalmente, Carlos le da a Andy un tercio de sus monedas:

$$\begin{cases} a \to \frac{1}{2}a \to \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}\left(c + \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{2}a\right)\right) \\ b \to b + \frac{1}{2}a \to \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{2}a\right) \\ c \to c \to c + \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{2}a\right) \to \frac{2}{3}\left(c + \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{2}a\right)\right) \end{cases}$$

Andy termina con 22 monedas:

$$22 = \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}\left(c + \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{2}a\right)\right) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}\left(c + 11 + \frac{1}{4}a\right) =$$

$$= \frac{c}{3} + \frac{11}{3} + \frac{7a}{12}$$

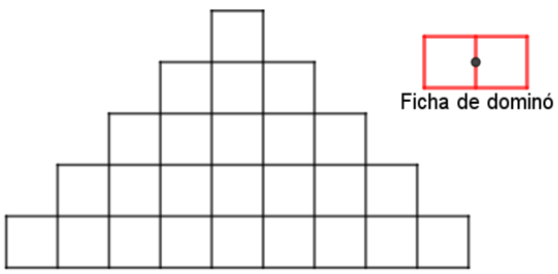
El sistema

$$\begin{cases} a + b + c = 59 \\ b = 22 \\ 22 = \frac{c}{3} + \frac{11}{3} + \frac{7a}{12} \end{cases}$$

Tiene como solución a=24, b=22, c=13. (A)

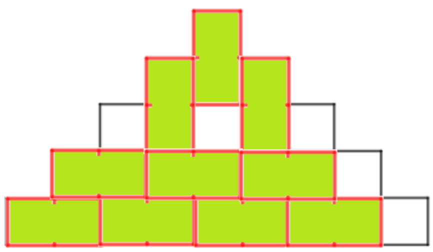
24

La siguiente figura está formada por cuadrados idénticos. ¿Cuál es el mayor número de fichas de dominó, como la que se muestra, que podemos colocar en la figura? Las fichas de dominó deben colocarse horizontal o verticalmente cubriendo cuadrados y no deben superponerse entre sí.



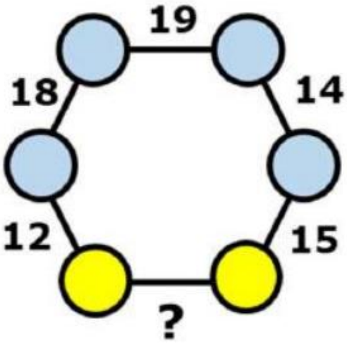
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Probando con diferentes combinaciones vemos cuenta que nunca podemos pasar de las 10 fichas colocadas, con lo que podemos especular que la solución correcta es (C), como efectivamente sucede. (Este argumento, naturalmente, no es ninguna solución al problema).



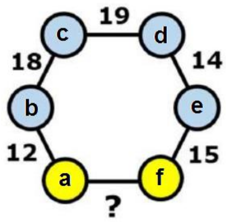
25

En los vértices del hexágono, en cada círculo se escribe un número, en el lado que los conecta se escribe la suma de los números de los dos círculos conectados, como se muestra en la figura. ¿Qué número debe escribirse en el lado que une los dos círculos del lado inferior del hexágono?



(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Denotamos por a, b, c, d, e y f los círculos del hexágono:



Se cumple el sistema siguiente:

$$\begin{array}{llllll} a & +b & & & & =12 \\ & b & +c & & & =18 \\ & & c & +d & & =19 \\ & & & d & +e & =14 \\ & & & & e\ \ +f & =15 \end{array}$$

Cambiando de signo las ecuaciones en posición par y sumando todas llegamos a

$a+f=12-18+19-14+15=14$

26

Para el almuerzo, Javier siempre compra tres productos de la cantina. Hay ensaladas, pasteles y sándwiches y cada uno tiene un precio diferente, pero todos los de cada tipo tienen el mismo precio. El lunes compra un pastel y dos ensaladas pagando 1,8 €. El martes compra una ensalada y dos sándwiches pagando 2,5 €. El miércoles, compra un sándwich y dos pasteles pagando 1,7 €. ¿Cuál es el precio de un sándwich?

(A) 0,5 € (B) 0,6 € (C) 0,7 € (D) 0,8€ (E) 0,9 €

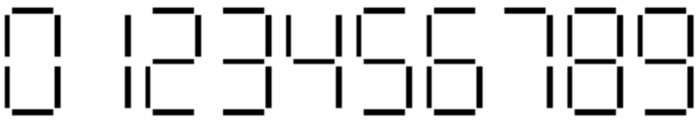
Se trata de resolver el sistema

$$\begin{cases} P+2E=1.8 \\ E+2S=2.5 \\ S+2P=1.7 \end{cases}$$

Que resolveremos con cualquier método habitual, dando por solución

E=0.7 €, P=0.4 €, S=0.9 €.

27 Una pantalla digital muestra los dígitos como aparecen en la figura. Para representar el número 23, la pantalla usa un total de 10 barras: cinco para el dígito 2 y otras cinco para el dígito 3. ¿Cuántos números naturales de dos dígitos, incluido el número 23, se pueden mostrar usando exactamente 10 barras?



(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

Calculamos el número de barras que contiene cada dígito:
“0” → 6, “1” → 2, “2” → 5, “3” → 5, “4” → 4, “5” → 5, “6” → 6, “7” → 3, “8” → 7, “9” → 6

Y ahora contamos todas las combinaciones que pueden dar lugar a un total de 10 barras, teniendo en cuenta que el “0” no puede aparecer en primera posición:

2+8 → ninguna
3 + 7 → “78”
4 + 6 → “40“, “46”, “49”
5 +5 → “22”, ”23”, ”25”, “32”, ”33”, ”35”, “52”, ”53”, ”55”,
6 + 4 → “64”, “94”,
7 + 3 → “87”,

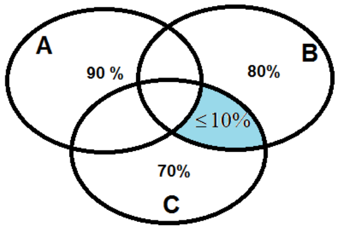
En total 16 posibilidades.

28
Un grupo de estudiantes debe responder a un cuestionario que tiene 3 preguntas. El 90 % ha contestado bien la primera pregunta, el 80 % la segunda y el 70 % la tercera. ¿Cuál es el porcentaje mínimo de estudiantes que han contestado bien las 3 cuestiones?

(A) 30 % (B) 35 % (C) 40 % (D) 50 % (E) 70 %

Denotamos por A, B y C la primera, segunda y tercera pregunta respectivamente. Utilizando el lenguaje de la probabilidad, sea $P(X)$ el porcentaje de estudiantes que han resuelto bien la zona X.

Sabemos que $P(A)=90\% \Rightarrow P(\overline{A})=10\%$, y por tanto, en particular, la zona marcada en azul en el esquema siguiente tendrá $P \le 10\%$



Por otro lado,

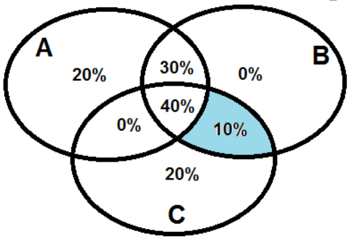
$100\% \ge P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) \Leftrightarrow$

$100\% \ge 80\% + 70\% - P(B \cap C) \Leftrightarrow$

$100\% \ge 150\% - P(B \cap C) \Leftrightarrow P(B \cap C) \ge 50\%$

Y de la misma forma, $P(A \cap B) \ge 70\%$ y $P(A \cap C) \ge 60\%$.

Podemos construir con estos datos una solución mínima aceptable:



y la solución correcta es $P(A \cap B \cap C) \ge 40\%$.

29

En una fiesta de cumpleaños se encuentra el doble de niños que de adultos. La media de las edades de todos los asistentes es cinco veces la de los niños. Las edades de todos son números naturales mayores que 1 y la suma de las edades de los adultos es 156. ¿Cuál es el número máximo de personas que podría haber en la fiesta?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 21

Supongamos que tenemos n niños de edades $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$ y m adultos de edades $\{y_1, y_2, y_3, \ldots, y_m\}$. Siempre se cumple $x_k, y_k > 1$.

Sabemos que $n = 2m$. Llamaremos R y S a la suma de las edades de niños y adultos respectivamente: $S = \sum_{k=1}^{n} x_k$ y $R = \sum_{k=1}^{m} y_k$.

Sabemos que $R = 156$.

$$\frac{S+R}{n+m} = 5\frac{S}{n} \Leftrightarrow \frac{S+156}{2m+m} = \frac{5S}{2m} \Leftrightarrow \frac{S+156}{3} = \frac{5S}{2} \Leftrightarrow 2S + 312 = 15S \Leftrightarrow 312 = 13S$$

$\Leftrightarrow S = 24$

Puesto que estamos suponiendo las edades $x_k > 1$, la condición $S = \sum_{k=1}^{n} x_k = 24$ tiene un candidato a mínimo para $n = 12$, y $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{12}\} = \{2, 2, \ldots, 2, 2\}$.

Tomando cualquier combinación de 12 adultos cuyas edades sumen 156 se cumplirán las condiciones del enunciado.

Por lo tanto la solución es 12+6=18.

30

Ana, Juan y Sebastián jugaron un juego. Cada uno de ellos escribió en secreto 10 palabras en una hoja de papel. Luego revelaron sus papeles y contaron su puntuación. Si solo un participante escribió una palabra dada, obtuvo 3 puntos. Si lo escribieron dos participantes, cada uno obtuvo un punto. Si los tres lo escribieron, nadie obtuvo puntos. Al final del juego, cada uno tenía una puntuación diferente. Juan fue el último con 19 puntos. Ana obtuvo la mayor cantidad de puntos. ¿Cuántos puntos tuvo?

(A) 21 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 27

Las formas de expresar 19 como combinación lineal de la forma $19 = 3a + 1b + 0c$, con $a + b + c = 10$ y $0 \le a, b, c$ son:

$19 = 3 \cdot 6 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3$ (a)

$19 = 3 \cdot 5 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 1$ (b)

Con la combinación (a) probando combinaciones aceptables no llegamos a ningún resultado, así que probamos con la combinación (b), con la que sí encontramos un resultado aceptable que cumpla las condiciones del enunciado, que es el siguiente:

A y J comparten una carta común, J y S comparten 3 cartas comunes, los tres comparten una carta común, y con el resto de cartas no hay coincidencias.

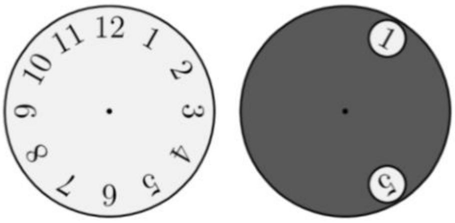
puntuación de A: $3 \cdot 8 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 25$ puntos.

puntuación de S: $3 \cdot 6 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 = 21$ puntos.

Luego la solución es 25 (D).

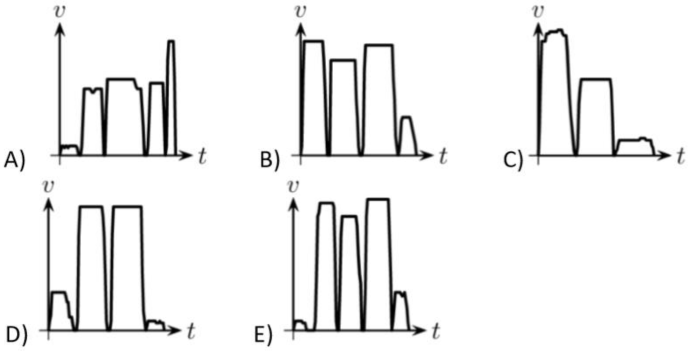
Canguro N5 2023

1
Un círculo gris con dos agujeros se coloca encima de la esfera de un reloj, como se muestra. El círculo gris gira alrededor de su centro de manera que aparece un 10 en un agujero. ¿Qué dos números podrían verse en el otro agujero?



(A) 2 o 6 (B) 3 o 7 (C) 3 o 6 (D) 1 o 9 (E) 2 o 7

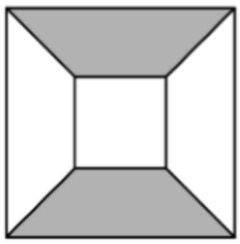
2
María tuvo que correr para tomar el metro, se bajó dos paradas más tarde y luego caminó al instituto. ¿Cuál de las siguientes gráficas de velocidad-tiempo representaría mejor su viaje?



3
Los enteros positivos m y n son ambos impares. ¿Cuál de los siguientes números es impar?

(A) m(n+1) (B) (m+1)·(n+1) (C) m+n+2 (D) m·n+2 (E) m+n

4
En un cuadrado grande de lado de 10 cm hay un cuadrado más pequeño cuyo lado mide 4 cm, como se muestra en la figura. Los lados de los cuadrados son paralelos. ¿Qué porcentaje de la figura está sombreado?

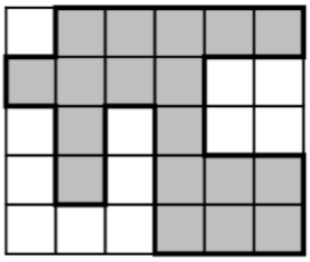


(A) 25 % (B) 30 % (C) 40 % (D) 42 % (E) 45 %

5
Hoy es jueves. ¿Qué día será en 2023 días?

(A) Martes (B) Miércoles (C) Jueves (D) Viernes (E) Sábado

6
El rectángulo de la imagen está dividido en 30 cuadrados iguales, como se muestra en la figura. Si el perímetro de la región sombreada es de 240 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?



(A) 480 cm² (B) 750 cm² (C) 1080 cm² (D) 1920 cm² (E) 2430 cm²

7
Las edades de una familia de cinco miembros suman 80. Los dos más pequeños tienen 6 y 8 años. ¿Cuál era la suma de las edades de la familia hace siete años?

(A) 35 (B) 36 (C) 45 (D) 46 (E) 66

8
Una valla en línea recta está formada por vigas verticales, cada una conectada a la siguiente por 4 vigas horizontales. Por supuesto, la primera y la última viga son verticales. ¿Cuál de los siguientes valores puede ser el número de vigas en la valla?

(A) 95 (B) 96 (C) 97 (D) 98 (E) 99

9
Reemplace a y b por números enteros positivos de modo que la igualdad sea cierta.

$$\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$$

¿Cuántos pares de soluciones (a, b) distintas hay?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

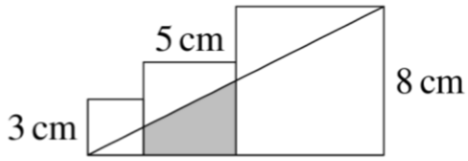
10
Después de haber jugado 200 partidas de ajedrez, mi porcentaje de victorias es exactamente del 49 %. ¿Cuál es la menor cantidad de juegos adicionales que debo jugar para que mi porcentaje de victorias aumente exactamente al 50 %?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

11
Juani está tratando de ahorrar agua. Redujo la duración de su ducha en un cuarto. Al mismo tiempo, bajó la presión del agua para reducir el flujo de agua en una cuarta parte. ¿En cuánto redujo Juani la cantidad total de agua para ducharse?

(A) En 1/4   (B) En 3/8   (C) En 5/8   (D) En 5/12   (E) En 7/16

12
La imagen muestra tres cuadrados de 3 cm, 5 cm y 8 cm de lado. ¿Cuál es el área, en cm², del trapecio sombreado?

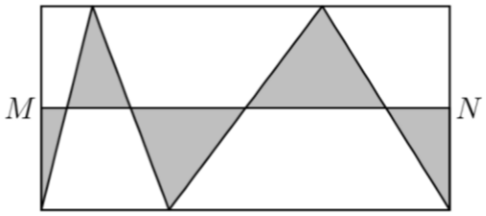


(A) 13   (B) 55/4   (C) 61/4   (D) 65/4   (E) 69/4

13
Un alambre de 95 m de largo se corta en tres trozos, de manera que la longitud de cada trozo es un 50 % mayor que la pieza previa. ¿Cuál es la longitud de la pieza más grande?

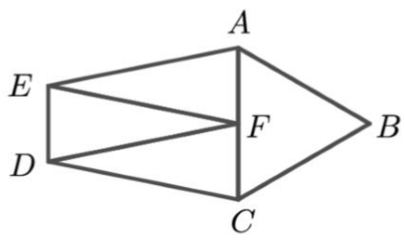
(A) 36 m   (B) 42 m   (C) 45 m   (D) 46 m   (E) 48 m

14
Los puntos M y N son los puntos medios de dos lados del rectángulo. ¿Qué fracción del área del rectángulo está sombreada?



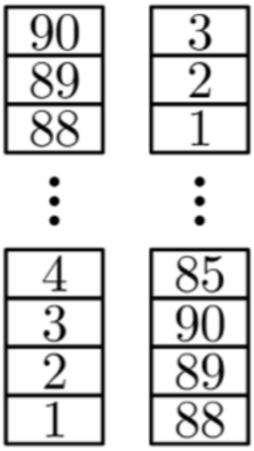
(A) 1/6   (B) 1/5   (C) 1/4   (D) 1/3   (E) 1/2

15
El pentágono ABCDE se divide en cuatro triángulos de igual perímetro. El triángulo ABC es equilátero y AEF, DFE y CDF son tres triángulos isósceles idénticos. ¿Cuál es la razón entre el perímetro del pentágono ABCDE y el perímetro del triángulo ABC?



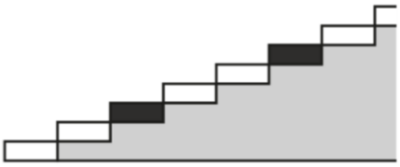
(A) 2   (B) 3/2   (C) 4/3   (D) 5/3   (E) 5/2

16
Sobre la mesa hay una torre hecha de bloques numerados del 1 al 90. Bernardo toma los bloques de tres en tres para construir una nueva torre sin girarlos. Una vez que haya terminado de colocar todos los bloques, ¿cuántos bloques habrá entre los bloques 39 y 40?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

17
Cada tercer peldaño de una escalera con 2023 escalones es de color negro. (Los primeros siete escalones se muestran en la imagen). Ana sube los escalones uno a uno, comenzando con el pie derecho o el izquierdo alternando cada paso.



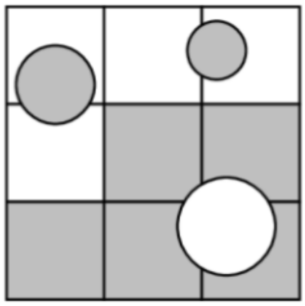
¿Cuál es el menor número de escalones negros que pisará con su pie derecho?

(A) 0 (B) 333 (C) 336 (D) 337 (E) 674

18
Llamaremos a un número de dos dígitos “sin potencia” si ninguno de sus dígitos se puede escribir como un número entero con una potencia mayor que 1. Por ejemplo, 53 es “sin potencia”, pero 54 no es “sin potencia” ya que $4 = 2^2$. ¿Cuál de los siguientes números es un divisor común de los números “sin potencia” más pequeños y más grandes?

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11 (E) 13

19
Un cuadrado de 30 cm de lado se divide en nueve cuadrados idénticos más pequeños. El cuadrado grande contiene tres círculos con radios de 5 cm (abajo a la derecha), 4 cm (arriba a la izquierda) y 3 cm (arriba a la derecha), como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

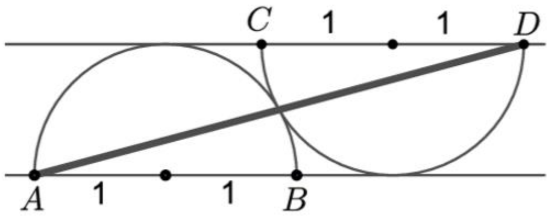


(A) 400 cm² (B) 500 cm² (C) $(400+50\pi)$ cm² (D) $(500-25\pi)$ cm² (E) $(500+25\pi)$ cm²

20
Al calcular la media de cinco números primos diferentes se obtiene como resultado un número entero. ¿Cuál es el menor resultado posible?

(A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 12 (E) 30

21
La figura muestra dos semicírculos tangentes iguales de radio 1, con diámetros paralelos AB y CD. ¿Cuál es el cuadrado de la distancia AD?



(A) 16 (B) $8+4\sqrt{3}$ (C) 12 (D) 9 (E) $5+2\sqrt{3}$

22
Dados los siguientes cuatro números: 2, 0, 2, 3, la máquina canguro escribe los siguientes números de la secuencia de acuerdo con la regla de que el siguiente número es el entero no negativo más pequeño que es diferente de cada uno de sus cuatro términos anteriores. ¿Qué número está en la posición 2023?

(A) 0 (B) (C) (D) 3 (E)

23
Un rectángulo con vértices (0, 0), (100, 0), (100, 50) y (0, 50) tiene recortado un círculo cuyo centro está en (75, 30) y radio 10. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por (75, 30) que divide en dos partes iguales el área restante del rectángulo?

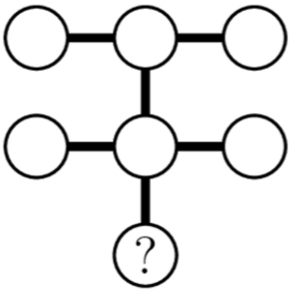
(A) 1/5 (B) 1/3 (D) 1/2 (D) 2/5 (E) 2/3

24
Cuando el teléfono de Melisa está completamente cargado, se agota en 32 horas si solo se habla, 20 horas si solo se usa Internet y 80 horas cuando no se usa. Melisa se sube a un tren con el teléfono medio cargado. Mientras está en el tren, el tiempo que está en Internet por teléfono,

el tiempo que habla y el tiempo que no realiza ninguna acción son los mismos. Si la batería se agota cuando el tren llega a la estación, ¿cuántas horas duró el viaje en tren?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 18

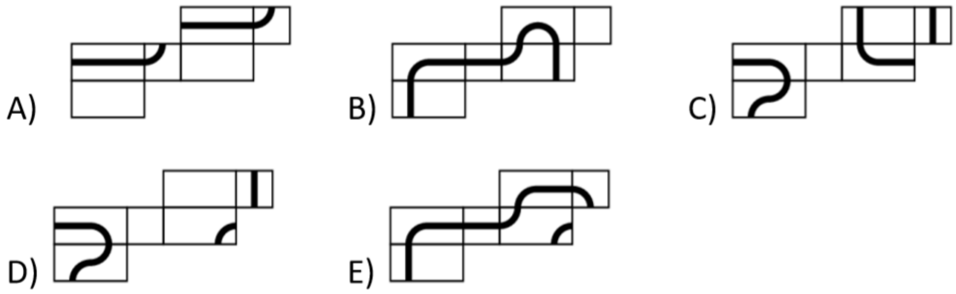
25
Se colocan siete números distintos de un solo dígito, una vez cada uno, en los círculos de la figura que se muestra a continuación. El producto de los tres números en línea recta es el mismo para los tres casos.



¿Qué número está en el círculo con el signo de interrogación?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

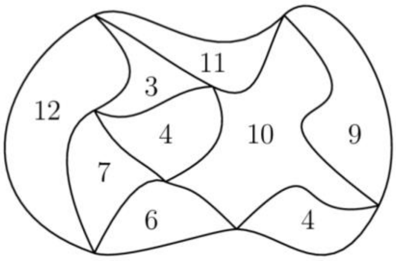
26
Luis dibujó un camino cerrado en un prisma rectangular y lo desplegó en el plano. ¿Qué despliegue no podría ser el camino dibujado por Luis?



27
¿Cuántos números enteros positivos de tres cifras hay, tales que al restar la suma de sus cifras del propio número se obtiene un número de tres cifras cuyos dígitos son todos iguales?

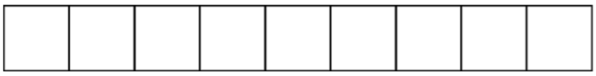
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 20 (E) 30

28
En la figura se muestra un mapa de un parque. El parque está dividido en regiones donde los números en el interior indican sus perímetros en km. ¿Cuál es el perímetro exterior del parque?



(A) 22 km   (B) 26 km   (C) 28 km   (D) 32 Km   (E) Ninguno de los anteriores

29
María quiere escribir los números enteros del 1 al 9 en los nueve cuadros que se muestran, de modo que los números enteros en cualquiera de tres cuadros adyacentes sumen un múltiplo de 3. ¿De cuántas maneras puede hacer esto?



(A) 6^4 (B) 6^3 (C) 2^9 (D) 6!   (E) 9!

30
¿De cuántas maneras diferentes podemos leer la palabra BANANA de la siguiente tabla si siempre pasamos a una celda que comparte un borde con la celda anterior? Es posible pasar por las celdas varias veces.

B	A	N
A	N	A
N	A	N

(A) 14   (B) 28   (C) 56   (D) 84   (E) Un número de veces distinto de los anteriores

Canguro N5 2023 Respuestas correctas

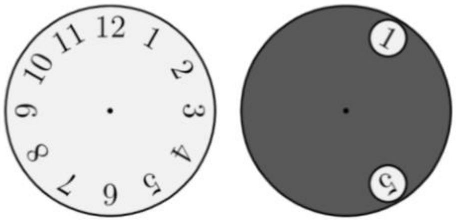
1	A
2	D
3	D
4	D
5	C
6	D
7	D
8	B
9	E
10	E
11	E
12	B
13	C
14	C
15	D
16	E
17	D
18	D
19	B
20	C
21	B
22	C
23	A
24	D
25	A
26	C
27	D
28	B
29	A
30	D

Canguro N5 2023 Localización en la librería Toomates Cooleccción.

1	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.55
2	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	1.1.7
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.56
4	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.18
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	7.1.7
6	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.22
7	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.57
8	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.59
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.9.17
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.58
11	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.7.15
12	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	7.1.12
13	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.3.1
14	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.17
15	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.23
16	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	7.6.28
17	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.9.18
18	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.9.19
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	6.3.17
20	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	5.1.5
21	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	13.1.6
22	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	2.1.4
23	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	8.2.11
24	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.12
25	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.5
26	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.23
27	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.102
28	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.24
29	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.42
30	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.43

Canguro N5 2023 Soluciones desarrolladas

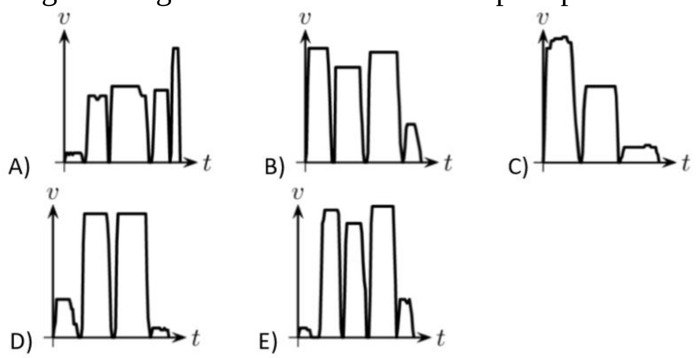
1
Un círculo gris con dos agujeros se coloca encima de la esfera de un reloj, como se muestra. El círculo gris gira alrededor de su centro de manera que aparece un 10 en un agujero. ¿Qué dos números podrían verse en el otro agujero?



(A) 2 o 6   (B) 3 o 7   (C) 3 o 6   (D) 1 o 9   (E) 2 o 7

(A) El 2 o el 6

2
María tuvo que correr para tomar el metro, se bajó dos paradas más tarde y luego caminó al instituto. ¿Cuál de las siguientes gráficas de velocidad-tiempo representaría mejor su viaje?



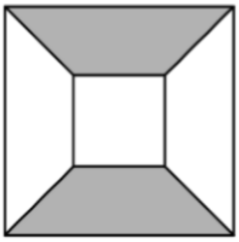
Observando detalladamente las gráficas (D)

3
Los enteros positivos m y n son ambos impares. ¿Cuál de los siguientes números es impar?

(A) m(n+1)   (B) (m+1)·(n+1)   (C) m+n+2   (D) m·n+2   (E) m+n

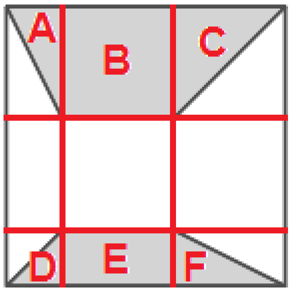
Si m y n son impares, también lo será su producto m·n, y por tanto también lo será m+n+2 (D).

4
En un cuadrado grande de lado de 10 cm hay un cuadrado más pequeño cuyo lado mide 4 cm, como se muestra en la figura. Los lados de los cuadrados son paralelos. ¿Qué porcentaje de la figura está sombreado?



(A) 25 %   (B) 30 %   (C) 40 %   (D) 42 %   (E) 45 %

Trazando rectas verticales y horizontales dividimos la zona gris en seis zonas que denotaremos por A, B, C, D, E y F:



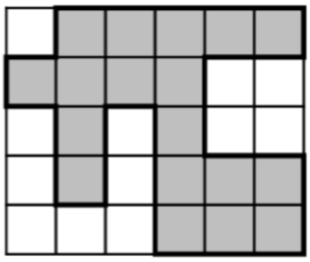
Las regiones B y E, unidas, forman un rectángulo de 4×(10-4)=4×6=24 cm².
Las regiones A, C, D, y F, unidas, forman la mitad de un rectángulo de lados (10-4)×(10-4)=6×6=36 cm², luego su área es 18 cm².
En total la zona gris tiene un área de 24+18=42 cm², sobre un total de 10×10=100 cm², es decir, un 42 % (D).

5
Hoy es jueves. ¿Qué día será en 2023 días?

(A) Martes   (B) Miércoles   (C) Jueves   (D) Viernes   (E) Sábado

$2023 = 289 \cdot 7 + 0$, luego volverá a a ser jueves (C)

6
El rectángulo de la imagen está dividido en 30 cuadrados iguales, como se muestra en la figura. Si el perímetro de la región sombreada es de 240 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?



(A) 480 cm² (B) 750 cm² (C) 1080 cm² (D) 1920 cm² (E) 2430 cm²

La figura gris tiene un perímetro de 30 segmentos, luego cada segmento representa 240/30=8 cm, y por tanto cada cuadrado tiene un área de 64 cm², luego el área del rectángulo grande es 6×5×64=1920 cm² (D)

7
Las edades de una familia de cinco miembros suman 80. Los dos más pequeños tienen 6 y 8 años. ¿Cuál era la suma de las edades de la familia hace siete años?

(A) 35 (B) 36 (C) 45 (D) 46 (E) 66

Era 80-7-7-7-7-6=46 años, porque la más joven no había nacido y por tanto solo podemos restarle 6 años. (D).

8
Una valla en línea recta está formada por vigas verticales, cada una conectada a la siguiente por 4 vigas horizontales. Por supuesto, la primera y la última viga son verticales. ¿Cuál de los siguientes valores puede ser el número de vigas en la valla?

(A) 95 (B) 96 (C) 97 (D) 98 (E) 99

Vemos que la cantidad de tablones siempre es de la forma $1+5k$ para un cierto k entero, y la opción (B) es la única que se adapta a este formato: $96=1+5\cdot 19$.

9
Reemplace a y b por números enteros positivos de modo que la igualdad sea cierta.

$$\frac{a}{5}=\frac{7}{b}$$

¿Cuántos pares de soluciones (a, b) distintas hay?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

$\frac{a}{5}=\frac{7}{b}\Leftrightarrow ab=5\cdot 7$

Las posibilidades son $a=1, b=35$; $a=35, b=1$; $a=5, b=7$; $a=7, b=5$, cuatro en total (E).

10
Después de haber jugado 200 partidas de ajedrez, mi porcentaje de victorias es exactamente del 49 %. ¿Cuál es la menor cantidad de juegos adicionales que debo jugar para que mi porcentaje de victorias aumente exactamente al 50 %?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Ha ganado un 49% de 200 partidas = 98 partidas de un total de 200.
Si juega dos más y las gana, tendrá 100 partidas ganadas sobre 202 , y no llega al 50%.
Necesita jugar 6 partidas más y ganarlas para obtener 104 partidas ganadas sobre 206 jugadas, que sí está por encima del 50%. (D).

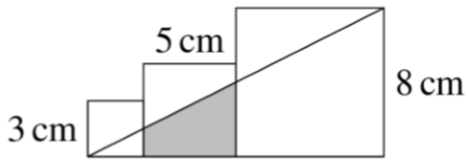
11
Juani está tratando de ahorrar agua. Redujo la duración de su ducha en un cuarto. Al mismo tiempo, bajó la presión del agua para reducir el flujo de agua en una cuarta parte. ¿En cuánto redujo Juani la cantidad total de agua para ducharse?

(A) En 1/4 (B) En 3/8 (C) En 5/8 (D) En 5/12 (E) En 7/16

Si ha reducido el tiempo de ducha en una cuarta parte, gastará 3/4 del total.
Además, en este tiempo, ha reducido el caudal del agua en una cuarta parte, luego gastará 3/4 de 3/4, es decir, 9/16, luego el ahorro será de

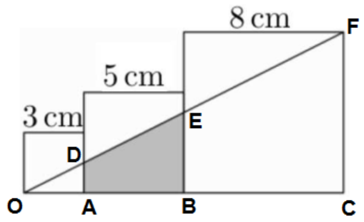
$1-\frac{9}{16}=\frac{7}{16}$ (E)

12
La imagen muestra tres cuadrados de 3 cm, 5 cm y 8 cm de lado. ¿Cuál es el área, en cm², del trapecio sombreado?



(A) 13 (B) 55/4 (C) 61/4 (D) 65/4 (E) 69/4

Denotamos los vértices implicados como en el siguiente esquema:



Vemos que el triángulo ΔOCF es un triángulo rectángulo en el que $\dfrac{CF}{OC}=\dfrac{8}{3+5+8}=\dfrac{1}{2}$

Por estar en posición de Tales (★76) tenemos semejanza de triángulos:

$$\Delta OAD \approx \Delta OCF \Rightarrow \frac{DA}{OA}=\frac{CF}{OC} \Rightarrow \frac{DA}{3}=\frac{1}{2} \Rightarrow DA=\frac{3}{2}$$

$$\Delta OBE \approx \Delta OCF \Rightarrow \frac{EB}{OB}=\frac{CF}{OC} \Rightarrow \frac{EB}{3+5}=\frac{1}{2} \Rightarrow EB=\frac{8}{2}=4$$

Descomponiendo la figura gris en un rectángulo inferior y un triángulo superior, tenemos

$$[ADEB]=5\cdot\frac{3}{2}+\frac{1}{2}5\cdot\left(4-\frac{3}{2}\right)=\frac{55}{4}$$

13
Un alambre de 95 m de largo se corta en tres trozos, de manera que la longitud de cada trozo es un 50 % mayor que la pieza previa. ¿Cuál es la longitud de la pieza más grande?

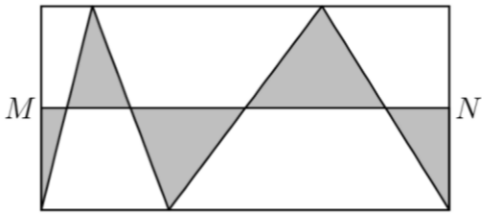
(A) 36 m (B) 42 m (C) 45 m (D) 46 m (E) 48 m

Sean a, b y c las respectivas longitudes.
Tenemos las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} a+b+c=95 \\ b=\dfrac{3}{2}a \\ c=\dfrac{3}{2}b=\dfrac{9}{4}a \end{array}\right\} \Rightarrow a+\frac{3}{2}a+\frac{9}{4}a=95 \Rightarrow a\left(1+\frac{3}{2}+\frac{9}{4}\right)=95 \Rightarrow a\frac{19}{4}=95 \Rightarrow a=20$$

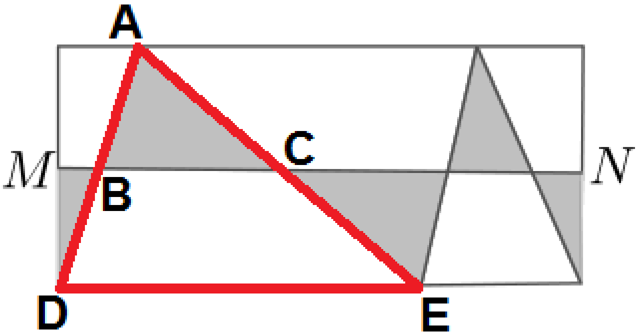
$$c=\frac{9}{4}a=\frac{9}{4}\cdot 20=45\,\text{cm}\ \ (C)$$

14
Los puntos M y N son los puntos medios de dos lados del rectángulo. ¿Qué fracción del área del rectángulo está sombreada?



(A) 1/6 (B) 1/5 (C) 1/4 (D) 1/3 (E) 1/2

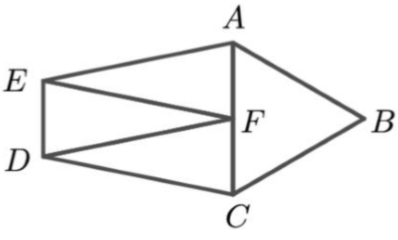
Aplicando el Conector de Puntos Medios (★29), en cada uno de los triángulos de la figura, cada triángulo gris pequeño es semejante al grande con una razón de proporcionalidad de 1/2. Por ejemplo:



$\Delta ABC \approx \Delta ADE$, $AB/AD=1/2$

Luego el área mantiene una razón de proporcionalidad de $(1/2)^2=1/4$ (★23), y por tanto el área total gris será 1/4 del área total (C).

15
El pentágono ABCDE se divide en cuatro triángulos de igual perímetro. El triángulo ABC es equilátero y AEF, DFE y CDF son tres triángulos isósceles idénticos. ¿Cuál es la razón entre el perímetro del pentágono ABCDE y el perímetro del triángulo ABC?



(A) 2 (B) 3/2 (C) 4/3 (D) 5/3 (E) 5/2

Nos dicen que los triángulos ABC y EAF tienen igual perímetro, es decir:

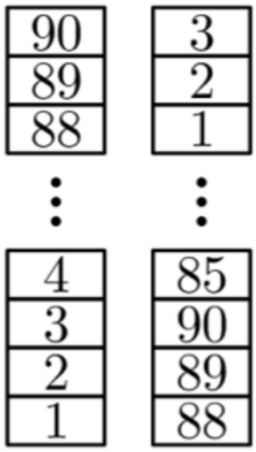
$$3AB = 2AE + AF = 2CD + DE$$

Nos piden calcular la razón

$$\frac{AB+BC+CD+DE+EA}{AB+BC+CA} = \frac{2AB+2CD+DE}{3AB} = \frac{2AB+3AB}{3AB} = \frac{5AB}{3AB} = \frac{5}{3} \quad \text{(D)}$$

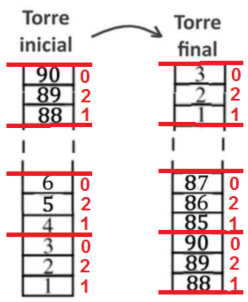
16

Sobre la mesa hay una torre hecha de bloques numerados del 1 al 90. Bernardo toma los bloques de tres en tres para construir una nueva torre sin girarlos. Una vez que haya terminado de colocar todos los bloques, ¿cuántos bloques habrá entre los bloques 39 y 40?

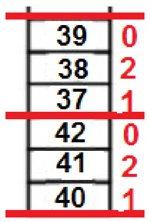


(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Pasamos los números del 1 al 90 a módulo 3, y vemos que se separan entre el 0 y el 1:

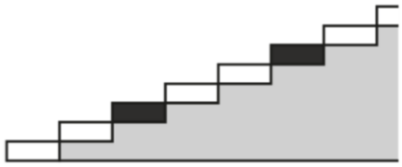


Puesto que $39 \equiv 0 \pmod 3$ y $40 \equiv 1 \pmod 3$, al colocarse en la segunda columna quedarán separados de la siguiente forma:



Y por tanto habrá 4 números entre ellos (E).

17
Cada tercer peldaño de una escalera con 2023 escalones es de color negro. (Los primeros siete escalones se muestran en la imagen). Ana sube los escalones uno a uno, comenzando con el pie derecho o el izquierdo alternando cada paso.



¿Cuál es el menor número de escalones negros que pisará con su pie derecho?

(A) 0 (B) 333 (C) 336 (D) 337 (E) 674

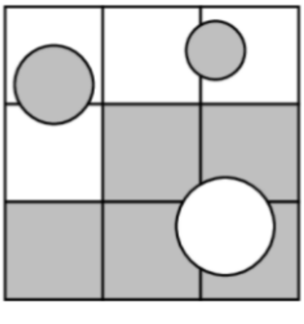
Está claro que pisará un peldaño negro cada 6 peldaños, si empieza por el pie derecho serán los peldaños 3, 9, 15... y si empieza por el pie izquierdo serán los peldaños 6, 12, 18...
Puesto que 2023=337×6+1, pisará 337 peldaños negros y puesto que el residuo es 1, menor que 3, no nos importa el pie con el que empiece. (D)

18
Llamaremos a un número de dos dígitos "sin potencia" si ninguno de sus dígitos se puede escribir como un número entero con una potencia mayor que 1. Por ejemplo, 53 es "sin potencia", pero 54 no es "sin potencia" ya que $4 = 2^2$. ¿Cuál de los siguientes números es un divisor común de los números "sin potencia" más pequeños y más grandes?

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11 (E) 13

Está claro que el mínimo sp es 11 y el máximo sp es 77, y por tanto 11 es el único divisor común. (D)

19
Un cuadrado de 30 cm de lado se divide en nueve cuadrados idénticos más pequeños. El cuadrado grande contiene tres círculos con radios de 5 cm (abajo a la derecha), 4 cm (arriba a la izquierda) y 3 cm (arriba a la derecha), como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?



(A) 400 cm² (B) 500 cm² (C) (400+50π) cm² (D) (500-25π) cm² (E) (500+25π) cm²

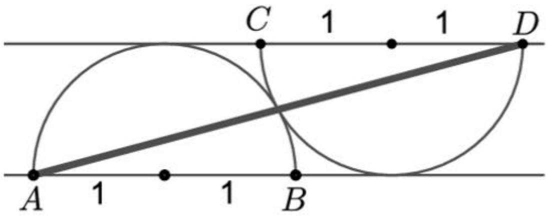
$A = 5 \cdot 10^2 + \pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 5^2 = 500 + \pi(16 + 9 - 25) = 500 + \pi \cdot 0 = 500\ cm^2$ (B).

20
Al calcular la media de cinco números primos diferentes se obtiene como resultado un número entero. ¿Cuál es el menor resultado posible?

(A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 12 (E) 30

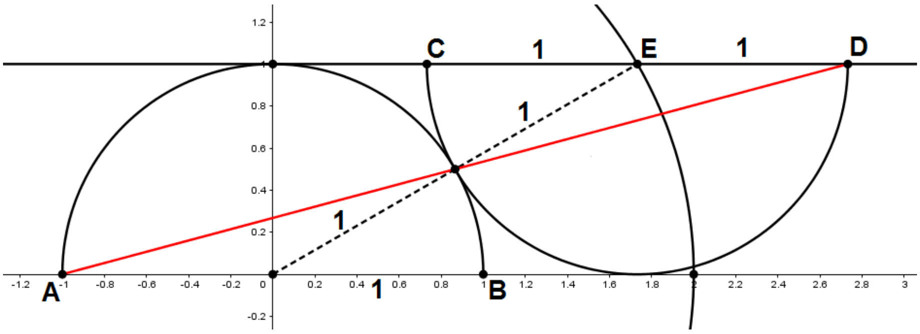
Un número de la forma $n = \dfrac{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5}{5}$ es entero si y solo si 5 divide a la suma de estos cinco primos.
Haciendo pruebas con los números primos más pequeños llegamos al resultado $2 + 3 + 5 + 7 + 13 = 30$ y la media aritmética de esos cinco primos es $\dfrac{30}{5} = 6$ (A).

21
La figura muestra dos semicírculos tangentes iguales de radio 1, con diámetros paralelos AB y CD. ¿Cuál es el cuadrado de la distancia AD?



(A) 16 (B) 8+4√3 (C) 12 (D) 9 (E) 5+2√3

Resolveremos este problema mediante coordenadas cartesianas. El centro E de la circunferencia de diámetro CD está a 2 unidades del centro de la otra circunferencia:



Y por lo tanto satisfacerá el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2^2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 1 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow E = \left(\sqrt{3}\,, 1\right) \Rightarrow D = \left(\sqrt{3} + 1\,, 1\right)$$

Luego $AD^2 = \left(\sqrt{3} + 2\right)^2 + 1^2 = 3 + 4\sqrt{3} + 4 + 1 = 4\sqrt{3} + 8$ (B)

22
Dados los siguientes cuatro números: 2, 0, 2, 3, la máquina canguro escribe los siguientes números de la secuencia de acuerdo con la regla de que el siguiente número es el entero no negativo más pequeño que es diferente de cada uno de sus cuatro términos anteriores. ¿Qué número está en la posición 2023?

(A) 0 (B) (C) (D) 3 (E)

Vamos construyendo la lista:

2023 1402 3140 2314 0231 4023 1402...

y vemos que desde la posición 25 se van repitiendo en bloques de 20 en 20:

"1402 3140 2314 0231 4023"

2023 = 4 + 2019 = 4 + 100×20 + 19

el dígito que hace 4+19=23 es "2" (C).

23
Un rectángulo con vértices (0, 0), (100, 0), (100, 50) y (0, 50) tiene recortado un círculo cuyo centro está en (75, 30) y radio 10. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por (75, 30) que divide en dos partes iguales el área restante del rectángulo?

(A) 1/5 (B) 1/3 (D) 1/2 (D) 2/5 (E) 2/3

Puesto que la recta pasa por el centro del círculo, siempre lo cortará en dos semicírculos iguales, y por lo tanto el círculo no importa en absoluto en este problema.
Sea $y = ax + b$ la recta que queremos que corte el rectángulo en dos partes de igual área. Sabemos que pasa por el punto (75, 30), y por tanto $30 = a \cdot 75 + b$, y por simetría podemos suponer que también pasará por el centro del rectángulo, es decir, el punto (50, 25).
Resolvemos el sistema

$$\left.\begin{array}{l} 30 = 75a + b \\ 25 = 50a + b \end{array}\right\}$$

Que tiene por solución $a = 1/5$ y $b = 15$, por lo que la solución es (A).

24
Cuando el teléfono de Melisa está completamente cargado, se agota en 32 horas si solo se habla, 20 horas si solo se usa Internet y 80 horas cuando no se usa. Melisa se sube a un tren con el teléfono medio cargado. Mientras está en el tren, el tiempo que está en Internet por teléfono, el tiempo que habla y el tiempo que no realiza ninguna acción son los mismos. Si la batería se agota cuando el tren llega a la estación, ¿cuántas horas duró el viaje en tren?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 18

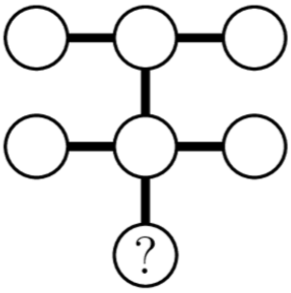
Sea x la cantidad de metros recorrida en un sentido. Tenemos que resolver la ecuación

$$x + \frac{x}{3} = 2024 \Leftrightarrow 4x = 3 \cdot 2024 \Leftrightarrow x = 1518$$

Luego el valor pedido es $1518 \times 2 = 3036\,\text{m}$ (D).

25

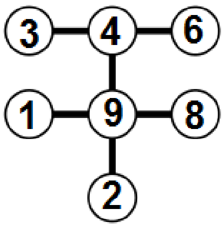
Se colocan siete números distintos de un solo dígito, una vez cada uno, en los círculos de la figura que se muestra a continuación. El producto de los tres números en línea recta es el mismo para los tres casos.



¿Qué número está en el círculo con el signo de interrogación?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

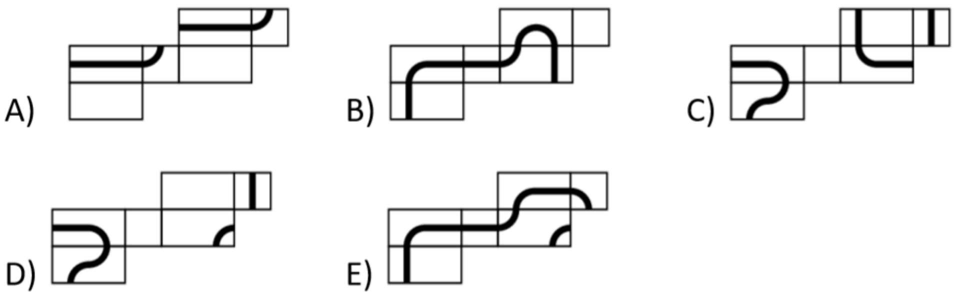
Probando con diferentes combinaciones de números llegamos al siguiente resultado aceptable:



y por tanto la solución es 2 (E).

26

Luis dibujó un camino cerrado en un prisma rectangular y lo desplegó en el plano. ¿Qué despliegue no podría ser el camino dibujado por Luis?



Observando detalladamente las figuras (C).

27
¿Cuántos números enteros positivos de tres cifras hay, tales que al restar la suma de sus cifras del propio número se obtiene un número de tres cifras cuyos dígitos son todos iguales?

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 20   (E) 30

$\overline{a}\overline{b}\overline{c}-(a+b+c)=\overline{d}\overline{d}\overline{d} \Leftrightarrow 100a+10b+c-a-b-c=\overline{d}\overline{d}\overline{d}$

$\Leftrightarrow 99a+9b=\overline{d}\overline{d}\overline{d} \Leftrightarrow 9(11a+b)=\overline{d}\overline{d}\overline{d}$

Vemos que el número $\overline{d}\overline{d}\overline{d}$ es un múltiplo de 9, luego la suma de sus cifras 3d será también un múltiplo de 9, es decir, que d es un múltiplo de 3. Veamos los tres casos posibles:

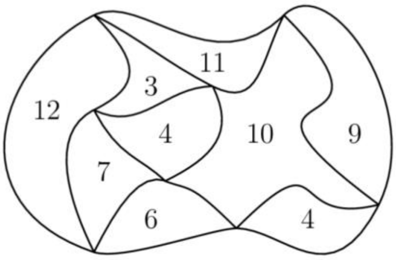
a) $d=3 \Rightarrow 9(11a+b)=333 \Rightarrow 11a+b=37 \Rightarrow a=3, b=4$

b) $d=6 \Rightarrow 9(11a+b)=666 \Rightarrow 11a+b=74 \Rightarrow a=6, b=8$

c) $d=9 \Rightarrow 9(11a+b)=999 \Rightarrow 11a+b=111 \Rightarrow a=10, b=1$ imposible.

Solo se pueden dar dos casos, y puesto que el valor de c no importa y por tanto son aceptables las 10 cifras posibles, hay 2×10=20 casos posibles.   (D).

28
En la figura se muestra un mapa de un parque. El parque está dividido en regiones donde los números en el interior indican sus perímetros en km. ¿Cuál es el perímetro exterior del parque?



(A) 22 km   (B) 26 km   (C) 28 km   (D) 32 Km   (E) Ninguno de los anteriores

Sea P el perímetro exterior del parque.
Sea Q la suma de longitudes de las divisiones interiores del parque.
Está claro que

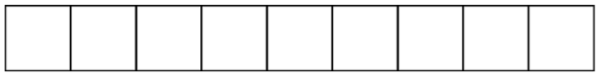
$$12+11+9+4+6+7+3+4+10=P+2Q \Leftrightarrow 66=P+2Q$$

Por otro lado, 3+7+10=Q

$$3+7+10=Q \Leftrightarrow 20=Q$$

Así pues, $66=P+2\cdot 20 \Rightarrow P=66-40=26$ (C).

29
María quiere escribir los números enteros del 1 al 9 en los nueve cuadros que se muestran, de modo que los números enteros en cualquiera de tres cuadros adyacentes sumen un múltiplo de 3. ¿De cuántas maneras puede hacer esto?



(A) 6^4 (B) 6^3 (C) 2^9 (D) 6!   (E) 9!

Vemos que este problema lo podemos simplificar pasando los nueve números a módulo 3:
1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0

Vemos que, para las tres primeras casillas, las únicas combinaciones aceptables son las seis permutaciones de 0, 1, 2:
“0 1 2” , “0 2 1”, “1 0 2”, “1 2 0”, “2 0 1”, “2 1 0”

Puesto que, por ejemplo, la combinación “1 1 1” obligaría después a seguir con “1” en la cuarta posición: 1 1 1 1 , y solo tenemos tres “1”.

Una vez hemos fijado una combinación para las primeras tres posiciones, vemos que para la cuarta y sucesivas ya solo tenemos una opción posible. Por ejemplo, para la combinación “ 1 0 2” sigue “1”.

Así pues, tenemos las siguientes combinaciones posibles:
012 012 012 , 021 021 021 , 102 102 102 , 120 120 120 , 201 201 201 , 210 210 210

Vemos que para las tres primeras posiciones tenemos tres opciones para cada casilla. Para las tres siguientes sólo dos, y las tres últimas posiciones quedan totalmente determinadas por las seis primeras. En total hay $6 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$ combinaciones posibles (A).

30
¿De cuántas maneras diferentes podemos leer la palabra BANANA de la siguiente tabla si siempre pasamos a una celda que comparte un borde con la celda anterior? Es posible pasar por las celdas varias veces.

B	A	N
A	N	A
N	A	N

(A) 14   (B) 28   (C) 56   (D) 84   (E) Un número de veces distinto de los anteriores

Empezando por la letra “B” de la esquina superior izquierda, podemos seguir hacia la derecha o hacia abajo, pero por simetría de la tabla podemos contar solo una de estas dos opciones y después multiplicar por 2. Haciendo un árbol meticuloso, y teniendo en cuenta que muchas veces también podemos volver hacia atrás, llegamos al resultado 84 (D).

Canguro N6 2023 Enunciados

1
¿Cuál es el valor de la expresión

$$\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$$

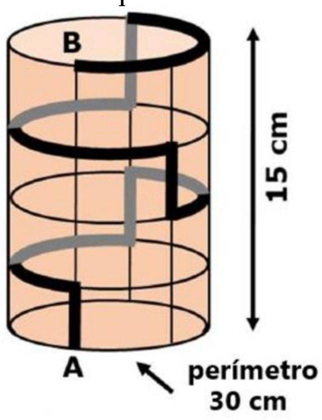
una vez simplificada?

(A) 1   (B) 7/10   (C) 77/110   (D) 49/10   (E) 49

2
Julia lanza cinco dados de seis caras, obteniendo un total de 19 puntos. ¿Cuál es el número máximo de seises que podría haber sacado?

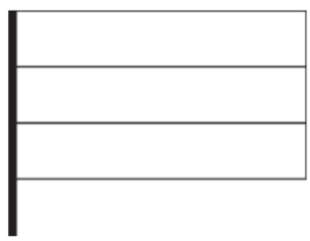
(A) 0   (B) 1   (C) 2   (D) 3   (E) 4

3
Una lata cilíndrica tiene una altura de 15 cm y el perímetro de su base circular es de 30 cm. Una hormiga camina desde el punto A en la base hasta el punto B en el techo. Su camino es verticalmente hacia arriba u horizontalmente a lo largo de arcos circulares alrededor de la lata. Su ruta se muestra con una línea más gruesa (negra para la ruta en el frente de la lata y gris en la parte posterior). ¿Cuánto mide el camino que ha recorrido la hormiga?



(A) 45 cm   (B) 55 cm   (C) 60 cm   (D) 65 cm   (E) 75 cm

4
Emma tiene 4 colores y quiere colorear la bandera rectangular con 3 bandas (ver la imagen).



¿De cuántas maneras puede hacer eso, si cada banda está coloreada con un solo color y más de una banda puede colorearse con el mismo color, pero ninguna banda adyacente puede ser del mismo color?

(A) 24   (B) 27   (C) 32   (D) 36   (E) 64

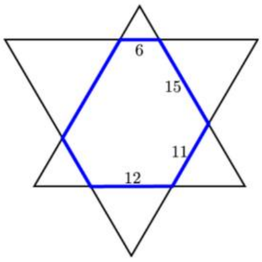
5
Llamamos “primo2” a un entero positivo n, si tiene exactamente tres divisores diferentes, el 1, el 2 y el propio n. ¿Cuántos números “primo2” diferentes hay?

(A) 0   (B) 1   (C) 2   (D) 3   (E) 4

6
¿Cuántos pares de enteros positivos x, y satisfacen la ecuación $x + 2y = 2^{10}$?

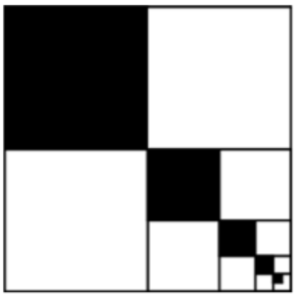
(A) 2^9-1   (B) 2^9 (C) 2^9+1   (D) 2^9+2   (E) 0

7
Dos triángulos equiláteros se superponen como indica la figura, para formar un hexágono con lados opuestos paralelos. Conocemos la longitud de cuatro lados de dicho hexágono, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el perímetro del hexágono?



(A) 64   (B) 66   (C) 68   (D) 70   (E) 72

8
Un cuadrado de área 84 se divide en cuatro cuadrados. El cuadrado superior izquierdo es de color negro. El cuadrado inferior derecho se vuelve a dividir en cuatro cuadrados, y así sucesivamente. El proceso se repite un número infinito de veces. ¿Qué área del cuadrado original está coloreada de negro?



(A) 24   (B) 28   (C) 31   (D) 35   (E) 42

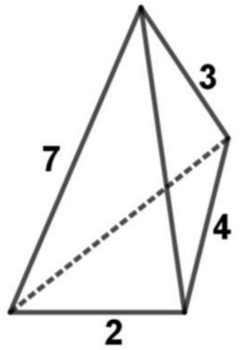
9
Los números enteros del 1 al 9 se distribuirán en las 9 casillas de la imagen de modo que tres números cualesquiera en casillas consecutivas sumen un múltiplo de 3. Los números 7 y 9 ya están colocados. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden rellenar las casillas restantes?

(A) 9   (B) 12   (C) 15   (D) 18   (E) 24

10
¿Cuál es el dígito de las unidades del producto $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$?

(A) 0   (B) 1   (C) 3   (D) 5   (E) 6

11
Una pirámide triangular tiene aristas cuyas longitudes son números enteros. Cuatro de estas longitudes son las que se muestran. ¿Cuál es la suma de las longitudes de las otras dos aristas?



(A) 9   (B) 10   (C) 11   (D) 12   (E) 13

12
Para un entero positivo n, se define n! como el producto de todos los números enteros de 1 a n. Por ejemplo $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. ¿Cuál es la suma de los dígitos de n si $n! = 6! \cdot 7!$?

(A) 1   (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 9

13
Las gráficas de las funciones $y = x^3+3x^2+ax+2a+4$ todas pasan por el mismo punto sin importar qué valor de a se elija. ¿Cuál es la suma de las coordenadas de ese punto?

(A) 2   (B) 4   (C) 7   (D) 8   (E) Ninguno de los anteriores

14
Nos dan cinco números a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 cuya suma es S. Están relacionados por la fórmula $a_k = k + S$ para $1 \leq k \leq 5$. ¿Cuál es el valor de S?

(A) 15/4   (B) -15/4   (C) -15   (D) 15   (E) Ninguno de los anteriores

15
¿Cuántos pares de enteros m, n satisfacen la desigualdad $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?

(A) 0   (B) 1   (C) 2   (D) 3   (E) 4

16
En una fila de un cine están sentados 23 animales. Cada animal es un gato o un canguro. Todos tienen al menos un vecino que es un canguro. Como máximo, ¿cuántos gatos hay sentados en la fila?

(A) 7   (B) 8   (C) 10   (D) 11   (E) 12

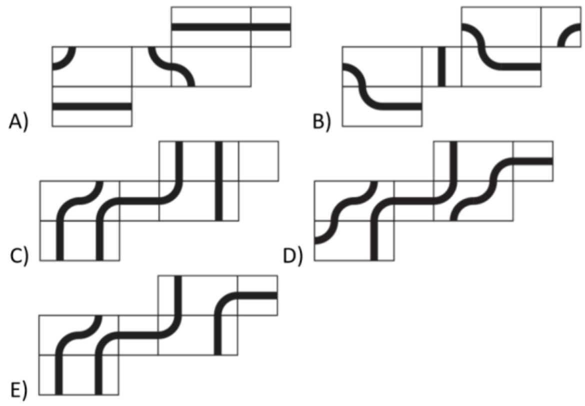
17
Si se escribe

$$5^{5^6}$$

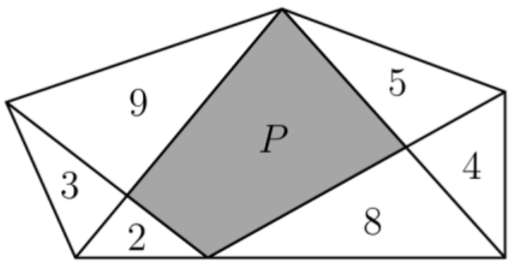
en la forma n^n para algún número natural n, ¿cuál es el valor de n?

(A) 5^{30} (B) 5^6 (C) 55 (D) 30   (E) 11

18
Luis ha dibujado un camino cerrado en un prisma rectangular. ¿Qué desarrollo en el plano podría mostrar su camino?



19
Un pentágono se divide en partes más pequeñas, como se muestra en la figura. Los números situados dentro de los triángulos indican sus respectivas áreas. ¿Cuál es el área P del cuadrilátero sombreado?



(A) 15   (B) 31/2   (C) 16   (D) 17   (E) Ninguno de los anteriores

20
¿Cuántos números son divisores de $2^{20}3^{23}$ pero no lo son de $2^{10}3^{20}$?

(A) 13   (B) 30   (C) 273   (D) 460   (E) Ninguno de los anteriores

21
Dos funciones f y g definidas en R satisfacen el sistema de ecuaciones

$$f(x) + 2g(1-x) = x^2 \text{ y } f(1-x) - g(x) = x^2$$

¿Cuál es la expresión de la función f ?

A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ C) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$

D) $x^2 - 4x + 5$ E) Ninguna de las funciones anteriores

22
En una competición, 13 escaladoras participan en tres categorías. La puntuación de cada competidor es el producto de sus clasificaciones en las tres categorías. Por ejemplo, si uno es 4.º, 3.º y 6.º, su puntaje final es 4·3·6=72. Cuanto mayor sea su puntaje, menor será su clasificación general. ¿Cuál es la clasificación general más baja posible de Ana en esta competición si ocupa el primer lugar en dos de las categorías?

(A) Segunda (B) Tercera (C) Cuarta (D) Quinta (E) Sexta

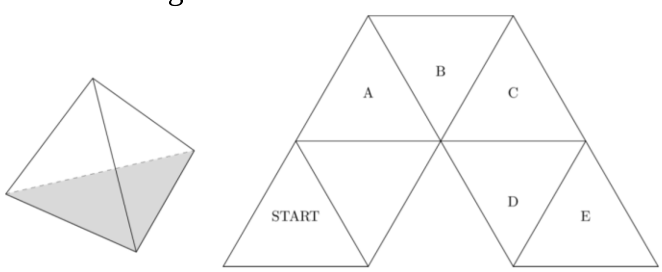
23
Se crea una espiral de números consecutivos, como se muestra, comenzando por el 1. Si continúa el patrón de la espiral, ¿en qué forma aparecerán los números 625, 626 y 627?

$$\begin{array}{ccccccccc}
\vdots & & 10 & \rightarrow & 11 & \rightarrow & 12 & \rightarrow & 13 \\
\uparrow & & \uparrow & & & & & & \downarrow \\
24 & & 9 & & 2 & \rightarrow & 3 & & 14 \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow \\
23 & & 8 & & 1 & & 4 & & 15 \\
\uparrow & & \uparrow & & & & \downarrow & & \downarrow \\
22 & & 7 & \leftarrow & 6 & \leftarrow & 5 & & 16 \\
\uparrow & & & & & & & & \downarrow \\
21 & \leftarrow & 20 & \leftarrow & 19 & \leftarrow & 18 & \leftarrow & 17
\end{array}$$

A) $\begin{array}{c} 627 \\ \uparrow \\ 626 \\ \uparrow \\ 625 \end{array}$ B) $\begin{array}{ccc} 626 & \rightarrow & 627 \\ \uparrow & & \\ 625 & & \end{array}$ C) $625 \rightarrow 626 \rightarrow 627$

D) $\begin{array}{ccc} 625 & \rightarrow & 626 \\ & & \downarrow \\ & & 627 \end{array}$ E) $\begin{array}{c} 625 \\ \downarrow \\ 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{array}$

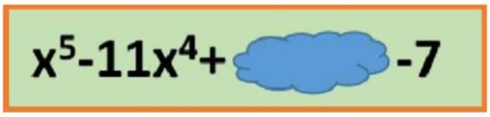
24
Un bloque en forma de tetraedro regular tiene una cara sombreada.



La cara sombreada del bloque se coloca en el tablero en el triángulo con el título START. Luego, el bloque se hace rodar de un triángulo al siguiente girando alrededor de una arista. ¿Sobre qué triángulo se parará el bloque por primera vez sobre su cara sombreada?

(A) A   (B) B   (C) C   (D) D   (E) E

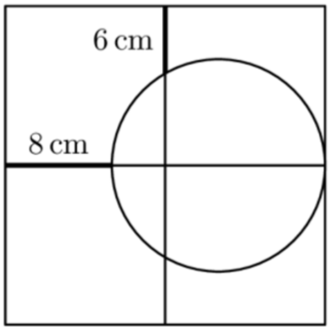
25
Parte del polinomio de quinto grado no se puede ver debido a una mancha de tinta.



Se sabe que las cinco raíces del polinomio son números enteros. ¿Cuál es la potencia más alta de x−1 que divide el polinomio?

(A) x-1   (B) $(x-1)^2$ (C) $(x-1)^3$ (D) $(x-1)^4$ (E) $(x-1)^5$

26
El cuadrado grande de la figura se divide en cuatro cuadrados más pequeños. El círculo toca el lado derecho del cuadrado en su punto medio. ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado grande? Ten en cuenta que la figura no está dibujada a escala.



(A) 18 cm   (B) 20 cm   (C) 24 cm   (D) 28 cm   (E) 30 cm

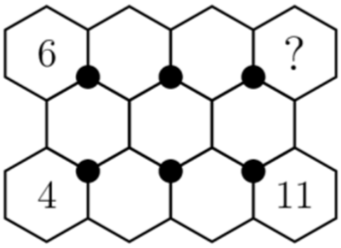
27
¿Cuál es el máximo común divisor de todos los números de la forma

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$$

donde n es un número natural distinto de cero?

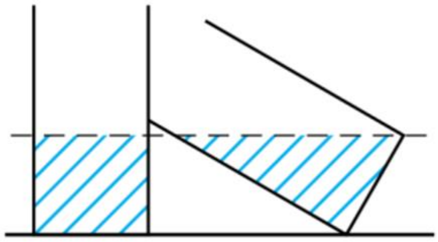
(A) $2^9 3^3$ (B) $2^6 3^3 5^3$ (C) $2^6 3^2 5^3$ (D) $2^8 3^2 5^3$ (E) $2^9 3^3 5^3$

28
Los números del 1 al 11 se colocan en los hexágonos vacíos para que la suma de los tres números alrededor de cada uno de los seis puntos negros sea la misma. ¿Qué número se colocará en el hexágono en la posición en la que aparece el signo de interrogación?



(A) 5   (B) 4   (C) 7   (D) 3   (E) 9

29
Dos cilindros idénticos contienen la misma cantidad de agua. Un cilindro está derecho y el otro está apoyado contra él, y el nivel del agua en cada uno de ellos es el mismo (ver la imagen). La parte inferior de cada uno de los cilindros es un círculo con un área de 3π m². ¿Cuánta agua contiene cada cilindro?



(A) $3\sqrt{3}\,\pi$ m³   (B) 6π m³   (C) 9π m³   (D) $3\pi/4$ m³   (E) Es imposible calcularlo a partir de la información facilitada

30
El producto de seis números consecutivos es un número de doce dígitos de la forma

abb cdd cdd abb,

donde los dígitos a, b, c y d son cuatro números consecutivos en algún orden.
El valor del dígito d es

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

Canguro N6 2023 Respuestas correctas

1	C
2	C
3	E
4	D
5	B
6	A
7	D
8	B
9	E
10	E
11	C
12	A
13	E
14	B
15	B
16	D
17	C
18	D
19	C
20	C
21	A
22	B
23	B
24	E
25	D
26	A
27	E
28	E
29	C
30	C

Canguro N6 2023 Localización en la librería Toomates Coolección.

1	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	2.1.57
2	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.53
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.20
4	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.39
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.104
6	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.54
7	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	3.3.1
8	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	2.2.12
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.40
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	1.1.10
11	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.4.5
12	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	11.5
13	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	4.6.2
14	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.8
15	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	9.12
16	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.41
17	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	2.1.56
18	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.22
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.5.13
20	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.100
21	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	5.1.3
22	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.4
23	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.3
24	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.21
25	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	4.7.31
26	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	6.4.8
27	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.3.4
28	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.6
29	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	10.15
	https://youtu.be/ojW36RaPCQ0	
30	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.101
	https://youtu.be/aFrBfhFD2oE	

Canguro N6 2023 Soluciones desarrolladas

1
¿Cuál es el valor de la expresión

$$\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$$

una vez simplificada?

(A) 1 (B) 7/10 (C) 77/110 (D) 49/10 (E) 49

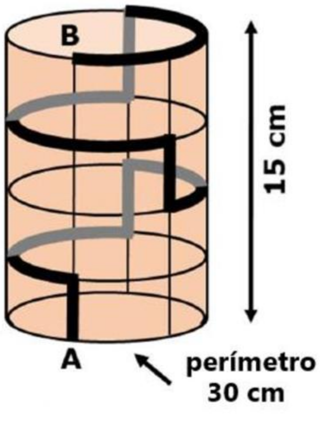
$$\frac{7777^2}{5555 \times 2222} = \frac{7^2 \times 1111^2}{5 \times 1111 \times 2 \times 1111} = \frac{49}{10} \quad \text{(D)}$$

2
Julia lanza cinco dados de seis caras, obteniendo un total de 19 puntos. ¿Cuál es el número máximo de seises que podría haber sacado?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Observamos que $19 = 6 \cdot 2 + 7 = 6 + 6 + 2 + 2 + 2 + 1$ y por lo tanto se puede conseguir 19 puntos con dos seises, pero es imposible obtener 19 con tres seises en cinco tiradas, luego la respuesta correcta es (C)

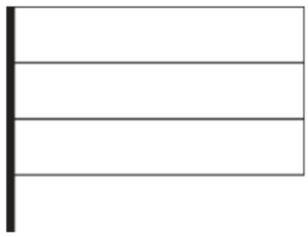
3
Una lata cilíndrica tiene una altura de 15 cm y el perímetro de su base circular es de 30 cm. Una hormiga camina desde el punto A en la base hasta el punto B en el techo. Su camino es verticalmente hacia arriba u horizontalmente a lo largo de arcos circulares alrededor de la lata. Su ruta se muestra con una línea más gruesa (negra para la ruta en el frente de la lata y gris en la parte posterior). ¿Cuánto mide el camino que ha recorrido la hormiga?



(A) 45 cm (B) 55 cm (C) 60 cm (D) 65 cm (E) 75 cm

Observando la figura, vemos que, en vertical, ha recorrido la distancia equivalente a la altura de la lata, es decir 15 cm, y en horizontal ha dado dos vueltas a la lata, es decir 30×2=60 cm. En total ha recorrido 75 cm (E).

4
Emma tiene 4 colores y quiere colorear la bandera rectangular con 3 bandas (ver la imagen).



¿De cuántas maneras puede hacer eso, si cada banda está coloreada con un solo color y más de una banda puede colorearse con el mismo color, pero ninguna banda adyacente puede ser del mismo color?

(A) 24 (B) 27 (C) 32 (D) 36 (E) 64

Haciendo el árbol de posibilidades se ve fácilmente que el total de combinaciones es $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ (D).

5
Llamamos “primo2” a un entero positivo n, si tiene exactamente tres divisores diferentes, el 1, el 2 y el propio n. ¿Cuántos números “primo2” diferentes hay?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Está claro que este número tiene que ser de la forma $n = 2^k$, con $k > 0$.
Con $k = 1$, $n = 2$ se cumple la condición del enunciado.
Con $k = 2$, $n = 4$ se cumple la condición del enunciado.
Con $k = 3$, $n = 8$ ya no se cumple la condición del enunciado.
Y observamos que son los dos únicos números válidos.
La solución es 2.

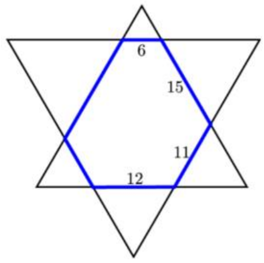
6
¿Cuántos pares de enteros positivos x, y satisfacen la ecuación $x + 2y = 2^{10}$?

(A) 2^9-1 (B) 2^9 (C) 2^9+1 (D) 2^9+2 (E) 0

$x + 2y = 2^{10} \Rightarrow x = 2^{10} - 2y = 2\left(2^9 - y\right)$, luego x es par, es decir, $x = 2x'$ para cierto entero positivo x'. Volviendo a la ecuación original, $2x' + 2y = 2^{10} \Rightarrow x' + y = 2^9 \Rightarrow y = 2^9 - x'$, luego x' recorre todos los números del 1 al $2^9 - 1$, y por tanto la solución es (A).

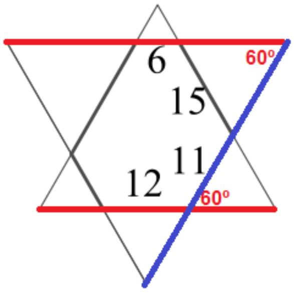
7

Dos triángulos equiláteros se superponen como indica la figura, para formar un hexágono con lados opuestos paralelos. Conocemos la longitud de cuatro lados de dicho hexágono, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el perímetro del hexágono?

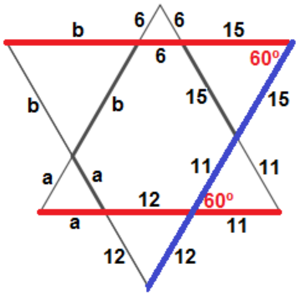


(A) 64 (B) 66 (C) 68 (D) 70 (E) 72

Los ángulos de un triángulo equilátero son de 60º. Aplicando Ángulos internos alternos por paralelismo (★16) estos 60º los podemos trasladar a todos los demás ángulos:



De esta manera demostramos que todos los triángulos exteriores son también equiláteros, y por tanto todos sus lados son iguales. Ahora podemos copiar las distancias dadas a los lados de los triángulos exteriores:



Con esto vemos que uno de los triángulos tiene lado 6+15+11=32 y el otro 12+11+15=38.

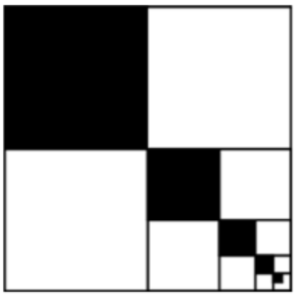
Con estos datos es fácil determinar los segmentos que faltan:

$a = 32 - 12 - 11 = 9$

$b = 38 - 6 - 9 = 23$

y el perímetro es: 15+11+12+9+23=70 (D)

8
Un cuadrado de área 84 se divide en cuatro cuadrados. El cuadrado superior izquierdo es de color negro. El cuadrado inferior derecho se vuelve a dividir en cuatro cuadrados, y así sucesivamente. El proceso se repite un número infinito de veces. ¿Qué área del cuadrado original está coloreada de negro?



(A) 24 (B) 28 (C) 31 (D) 35 (E) 42

Vemos que la fracción S pintada de negro corresponde a la serie geométrica

$$S=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\ldots$$

Luego

$$4S=4\frac{1}{4}+4\frac{1}{4}\frac{1}{4}+4\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}+4\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\ldots=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\ldots=1+S\Rightarrow$$

$$3S=1\Rightarrow S=\frac{1}{3}$$

Luego la parte pintada de negro es $\frac{1}{3}\cdot 84=28$

9
Los números enteros del 1 al 9 se distribuirán en las 9 casillas de la imagen de modo que tres números cualesquiera en casillas consecutivas sumen un múltiplo de 3. Los números 7 y 9 ya están colocados. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden rellenar las casillas restantes?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 24

Denotamos las casillas de izquierda a derecha con las letras A a I.
En la casilla C solo pueden ir el 2, 5 o 8.
En la casilla A solo pueden ir 3 o 6.
En la casilla E solo pueden ir el 1 o 4.
Estas combinaciones son independientes entre ellas, pues los números involucrados son todos diferentes.
En total hay 3×2×2=12 combinaciones. Una vez hemos colocado una de estas combinaciones, vemos que:
En la casilla F solo pueden ir el 3 y el 6. Pero uno de ellos lo hemos colocado ya en la casilla A. solo hay una opción aceptable.

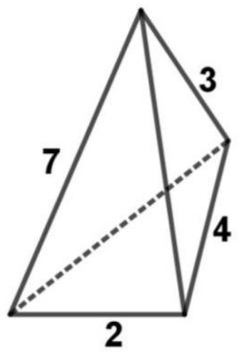
En la casilla G pueden ir el 2, 5 o 8, pero uno de ellos ya está colocado en la casilla C, luego tenemos 2 opciones posibles.
En la casilla H pueden ir 1 o 4, pero uno de ellos ya está colocado en la casilla E, luego tenemos solo una opción aceptable.
En la casilla I pueden ir 3 o 6, pero uno de ellos ya está colocado en la casilla F, luego solo hay una opción aceptable.
En total tenemos 12×2=24 opciones posibles.

10
¿Cuál es el dígito de las unidades del producto $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$?

(A) 0   (B) 1   (C) 3   (D) 5   (E) 6

Vemos que todas las potencias de 5 acaban en cifra 5. Luego, si sumamos uno, acabarán en cifra 6. Multiplicando números que acaban en 6 siempre obtenemos resultados que acaban en 6, luego la solución es 6.

11
Una pirámide triangular tiene aristas cuyas longitudes son números enteros. Cuatro de estas longitudes son las que se muestran. ¿Cuál es la suma de las longitudes de las otras dos aristas?



(A) 9   (B) 10   (C) 11   (D) 12   (F) 13

Escribimos todas las desigualdades triangulares (★34) que aparecen en los cuatro triángulos definidos por sus caras, en donde hemos llamado a y b a las longitudes desconocidas:

$2<7+a$, $7<2+a$, $a<9$,$a<7$,$4<a+3$,$3<a+4$, $7<3+b$,$3<7+b$,$b<10$,$b<6$,$4<b+2$,$2<b+4$

y las simplificamos:

$5<a$, $a<9$, $<<7$, $1<a$,$4<b$, $b<10$, $b<6$, $2<b$

Llegamos a

$5<a<7$ y $4<b<6$

Que tiene como única solución a=6 y b=5, y por tanto a+b=11

12
Para un entero positivo n, se define n! como el producto de todos los números enteros de 1 a n. Por ejemplo 4! = 4 · 3 · 2 · 1 = 24. ¿Cuál es la suma de los dígitos de n si n! = 6! · 7!?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 9

$N! = 6!\cdot 7! = 7!\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2 = 7!\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 2 = 7!\cdot 2^4\cdot 3^2\cdot 5 = 7!\cdot 2^3\cdot 3^2\cdot 2\cdot 5 =$
$= 7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10 = 10! \Rightarrow N = 10$
y la respuesta correcta es $1+0=1$.

13
Las gráficas de las funciones y = $x^3+3x^2+ax+2a+4$ todas pasan por el mismo punto sin importar qué valor de a se elija. ¿Cuál es la suma de las coordenadas de ese punto?

(A) 2 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) Ninguno de los anteriores

Sea $f(x) = x^3+3x^2+a\,x+2a+4$. Vemos que para $x=-2$ se cancelan los términos con a y queda

$$f(-2) = (-2)^3+3(-2)^2+a(-2)+2a+4 = -8+12-2a+2a+4 = 8$$

Luego todas estas funciones pasan por el punto $(-2,8)$ y por tanto la respuesta correcta es $-2+8=6$.

14
Nos dan cinco números a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 cuya suma es S. Están relacionados por la fórmula a_k = k + S para $1 \le k \le 5$. ¿Cuál es el valor de S?

(A) 15/4 (B) -15/4 (C) -15 (D) 15 (E) Ninguno de los anteriores

$T = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5 = 1+T+2+T+3+T+4+T+5+T = 15+5T \Leftrightarrow$
$-4T = 15 \Leftrightarrow T = \dfrac{-15}{4} \quad (B)$

15
¿Cuántos pares de enteros m, n satisfacen la desigualdad |2m − 2023| + |2n - m| ≤ 1?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Si m y n son enteros, también lo son $|2m-2023|$ y $|2n-m|$, y puesto que son positivos, las únicas posibilidades son:
a)

$$\left.\begin{array}{l}|2m-2023|=0\\|2n-m|=0\end{array}\right\}\Rightarrow 2m-2023=0\Rightarrow m=\frac{2023}{2} \text{ no es un entero.}$$

b)

$$\left.\begin{array}{l}|2m-2023|=0\\ |2n-m|=1\end{array}\right\}\Rightarrow 2m-2023=0\Rightarrow m=\frac{2023}{2}$$ no es un entero

c)

$$\left.\begin{array}{l}|2m-2023|=1\\ |2n-m|=0\end{array}\right\}\Rightarrow |2m-2023|=1\Rightarrow \begin{cases}2m-2023=1\Rightarrow m=2024/2=1014\ (c1)\\ 2m-2023=-1\Rightarrow m=2022/2=1011\ (c2)\end{cases}$$

c1)

$$m=1014$$
$$2n-m=0\Rightarrow 2n=1014\Rightarrow n=507$$

c2)

$$m=1011$$
$$2n-m=0\Rightarrow 2n=1011\Rightarrow n=1011/2$$ luego n no es un entero

La única opción aceptable es $m=1014$, $n=507$.

16
En una fila de un cine están sentados 23 animales. Cada animal es un gato o un canguro. Todos tienen al menos un vecino que es un canguro. Como máximo, ¿cuántos gatos hay sentados en la fila?

(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Denotaremos por C a un canguro y por T a un castor. No puede haber tres TTT seguidas. Ni puede haber TT en el inicio o al final de la fila.
Si la fila empieza por T, la combinación máxima será
TCTTC TTCTT CTTCT TCTTC TTC con 15 castores.
Si la fila empieza por C, la combinación máxima será
CTTCT TCTTC TTCTT CTTCT TCT con 15 castores.
Así pues, el máximo número de castores es 15.

17
Si se escribe

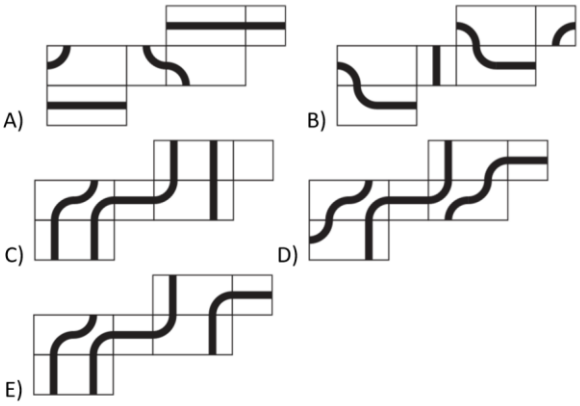
$$5^{5^6}$$

en la forma n^n para algún número natural n, ¿cuál es el valor de n?

(A) 5^{30} (B) 5^6 (C) 55 (D) 30 (E) 11

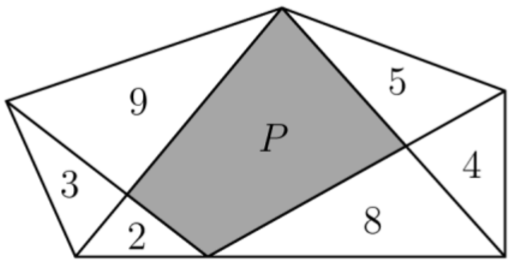
$$5^{\left(5^6\right)}=5^{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}=\left(5^5\right)^{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}=\left(5^5\right)^{5^5}\Rightarrow n=5^5\quad \text{(C)}$$

18
Luis ha dibujado un camino cerrado en un prisma rectangular. ¿Qué desarrollo en el plano podría mostrar su camino?



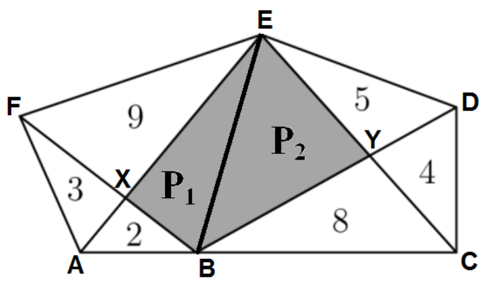
Observando detalladamente las figuras (D).

19
Un pentágono se divide en partes más pequeñas, como se muestra en la figura. Los números situados dentro de los triángulos indican sus respectivas áreas. ¿Cuál es el área P del cuadrilátero sombreado?



(A) 15 (B) 31/2 (C) 16 (D) 17 (E) Ninguno de los anteriores

Dividiremos el cuadrilátero central P en P_1 y P_2, y sean $X = FB \cap AE$ y $Y = EC \cap BD$, tal y como se muestra en la imagen:



Ahora aplicaremos ★36 reiteradamente:

$$\frac{P_1}{2} = \frac{[\Delta EXB]}{[\Delta AXB]} = \frac{EX}{XA} \quad , \quad \frac{9}{3} = \frac{[\Delta EXF]}{[\Delta AXF]} = \frac{EX}{XA}$$

Luego

$$\frac{P_1}{2} = \frac{9}{3} \Rightarrow P_1 = 6$$

Y de la misma forma,

$$\frac{P_2}{8} = \frac{[\Delta EYB]}{[\Delta CYB]} = \frac{EY}{YC} \quad , \quad \frac{5}{4} = \frac{[\Delta EYD]}{[\Delta CYD]} = \frac{EY}{YC}$$

Luego

$$\frac{P_2}{8} = \frac{5}{4} \Rightarrow P_1 = 10$$

Finalmente

$$P = P_1 + P_2 = 6 + 10 = 16$$

20

¿Cuántos números son divisores de $2^{20}3^{23}$ pero no lo son de $2^{10}3^{20}$?

(A) 13 (B) 30 (C) 273 (D) 460 (E) Ninguno de los anteriores

Los divisores de $2^{20} \cdot 3^{23}$ son todos los números de la forma $2^a \cdot 3^b$ con $0 \le a \le 20$ y $0 \le b \le 23$.
Los divisores de $2^{10} \cdot 3^{20}$ son todos los números de la forma $2^a \cdot 3^b$ con $0 \le a \le 10$ y $0 \le b \le 20$.
Luego buscamos todos los números de la forma $2^a \cdot 3^b$ con $11 \le a \le 20$ y $21 \le b \le 23$.
En total $10 \cdot 3 = 30$ números (B).

21

Dos funciones f y g definidas en R satisfacen el sistema de ecuaciones

$$f(x) + 2g(1-x) = x^2 \text{ y } f(1-x) - g(x) = x^2$$

¿Cuál es la expresión de la función f ?

A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ C) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$

D) $x^2 - 4x + 5$ E) Ninguna de las funciones anteriores

$$\left.\begin{array}{l} f(1-x) - g(x) = x^2 \\ y = 1 - x \Rightarrow x = 1 - y \end{array}\right\} \Rightarrow f(y) - g(1-y) = (1-y)^2$$

y como esto funciona para cualquier y podemos deducir que

$$f(x) - g(1-x) = (1-x)^2 \Rightarrow 2f(x) - 2g(1-x) = 2(1-x)^2$$

Luego, sumando ambas ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) + 2g(1-x) = x^2 \\ 2f(x) - 2g(1-x) = 2(1-x)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow 3f(x) = x^2 + 2(1-x)^2 = 3x^2 - 4x + 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

y la respuesta correcta es (A)

22
En una competición, 13 escaladoras participan en tres categorías. La puntuación de cada competidor es el producto de sus clasificaciones en las tres categorías. Por ejemplo, si uno es 4.º, 3.º y 6.º, su puntaje final es 4·3·6=72. Cuanto mayor sea su puntaje, menor será su clasificación general. ¿Cuál es la clasificación general más baja posible de Ana en esta competición si ocupa el primer lugar en dos de las categorías?

(A) Segunda (B) Tercera (C) Cuarta (D) Quinta (E) Sexta

Anna ha obtenido, en el peor de los casos, $1\cdot 1\cdot 13=13$ puntos, y con puntuaciones más bajas que esta (es decir, con posiciones más altas) $a\cdot b\cdot c\leq 12$, se pueden obtener como mucho dos escaladores:

$2\cdot 3\cdot 1=6$

$3\cdot 2\cdot 2=12$

Teniendo en cuenta que en cada una de las competiciones no se puede repetir posición.
Así pues, en el peor de los casos quedará en tercera posición (B).

23
Se crea una espiral de números consecutivos, como se muestra, comenzando por el 1. Si continúa el patrón de la espiral, ¿en qué forma aparecerán los números 625, 626 y 627?

$$\begin{array}{ccccccccc}
\vdots & & 10 & \to & 11 & \to & 12 & \to & 13 \\
\uparrow & & \uparrow & & & & & & \downarrow \\
24 & & 9 & & 2 & \to & 3 & & 14 \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow \\
23 & & 8 & & 1 & & 4 & & 15 \\
\uparrow & & \uparrow & & & & \downarrow & & \downarrow \\
22 & & 7 & \leftarrow & 6 & \leftarrow & 5 & & 16 \\
\uparrow & & & & & & & & \downarrow \\
21 & \leftarrow & 20 & \leftarrow & 19 & \leftarrow & 18 & \leftarrow & 17
\end{array}$$

A) $\begin{array}{c} 627 \\ \uparrow \\ 626 \\ \uparrow \\ 625 \end{array}$

B) $\begin{array}{ccc} 626 & \to & 627 \\ \uparrow & & \\ 625 & & \end{array}$

C) $625 \to 626 \to 627$

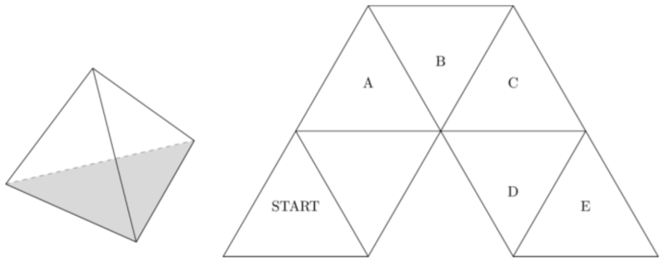
D) $\begin{array}{ccc} 625 & \to & 626 \\ & & \downarrow \\ & & 627 \end{array}$

E) $\begin{array}{c} 625 \\ \downarrow \\ 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{array}$

Vemos que podemos organizar la espiral por cuadrados, de dentro a fuera:
$2^2=4$, $4^2=16$, $6^2=36$, $8^2=64$, $10^2=100$, $12^2=144$, $14^2=196$, $16^2=256$, $18^2=324$, $20^2=400$, $22^2=484$, $24^2=576$, $26^2=676$
Por lo tanto, vemos que estos números estarán en el cuadrado de lado 26, que acaba en 676 en la esquina inferior derecha.
La esquina superior derecha será 676-25=651.

La esquina superior izquierda será 651-25=626, que es el número central de los tres que buscamos, luego la respuesta correcta es (B).

24
Un bloque en forma de tetraedro regular tiene una cara sombreada.

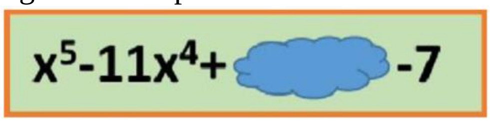


La cara sombreada del bloque se coloca en el tablero en el triángulo con el título START. Luego, el bloque se hace rodar de un triángulo al siguiente girando alrededor de una arista. ¿Sobre qué triángulo se parará el bloque por primera vez sobre su cara sombreada?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

Observando cuidadosamente el desarrollo del tetraedro vemos que la cara blanca sin marca se sobrepone sobre la cara D y la cara marcada con “INICI” se sobrepone con la cara “E”, luego la respuesta correcta es (E).

25
Parte del polinomio de quinto grado no se puede ver debido a una mancha de tinta.



Se sabe que las cinco raíces del polinomio son números enteros. ¿Cuál es la potencia más alta de x−1 que divide el polinomio?

(A) x-1 (B) $(x-1)^2$ (C) $(x-1)^3$ (D) $(x-1)^4$ (E) $(x-1)^5$

Sabemos que este polinomio se puede escribir de la forma

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)$$

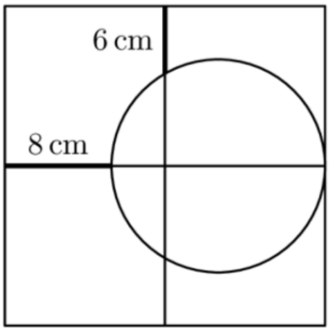
y que $-a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot e=-7 \Rightarrow a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot e=7$

Puesto que a,b,c,d,e son enteros, la única posibilidad es que todos sean iguales a 1, excepto uno que tiene que ser igual a 7, al menos en valor absoluto.

Es fácil comprobar, multiplicando a mano o mediante el binomio de Newton, que el polinomio $(x-1)^4(x-7)$ satisface las condiciones del enunciado, es decir, que su coeficiente de grado 4 es -11 y su término independiente es igual a -7.
Luego la solución es 4 (D).

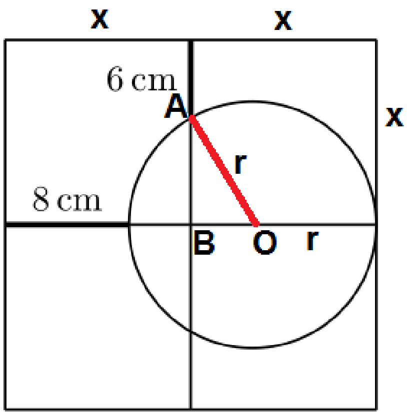
26

El cuadrado grande de la figura se divide en cuatro cuadrados más pequeños. El círculo toca el lado derecho del cuadrado en su punto medio. ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado grande? Ten en cuenta que la figura no está dibujada a escala.



(A) 18 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm (E) 30 cm

Sea 2x la longitud del lado del cuadrado mayor, y sea r el radio de la circunferencia. Sea O el centro de la circunferencia, B el centro del cuadrado grande y A el punto de corte entre la circunferencia y la recta vertical central, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Está claro que $8+2r=2x \Rightarrow 4+r=x$

El triángulo ΔABO es un triángulo rectángulo, con cateto $AB=x-6$ e hipotenusa r, luego, aplicando Pitágoras,

$$BO^2=r^2-(x-6)^2=r^2-(4+r-6)^2=r^2-(r-2)^2=r^2-\left(r^2-4r+4\right)=4r-4$$

Por otro lado:

$$BO+r=x \Rightarrow \sqrt{4r-4}+r=4+r \Rightarrow \sqrt{4r-4}=4 \Rightarrow 4r-4=4^2=16$$

$$\Rightarrow 4r=20 \Rightarrow r=20/4=5$$

Finalmente:

$$x=4+r=9 \Rightarrow 2x=18$$

27
¿Cuál es el máximo común divisor de todos los números de la forma

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$$

donde n es un número natural distinto de cero?

(A) $2^9 3^3$ (B) $2^6 3^3 5^3$ (C) $2^6 3^2 5^3$ (D) $2^8 3^2 5^3$ (E) $2^9 3^3 5^3$

Veamos como son estos números para los primeros valores de n:

$$n=1 \to 1^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6 \cdot 5^3 = 2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3$$
$$n=2 \to 2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6 \cdot 5^3 \cdot (2 \cdot 3)^3 = 2^{12} \cdot 3^6 \cdot 5^3$$
$$n=3 \to 3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3 \cdot 7^3 = 3^3 \cdot (2^2)^3 \cdot 5^3 \cdot (2 \cdot 3)^3 \cdot 7^3 = 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^3$$

Está claro que k debe ser un divisor de $2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3$.

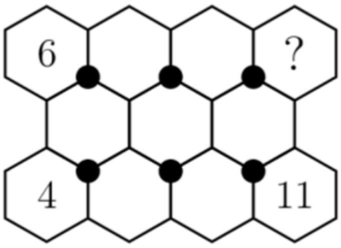
En cualquier número de la forma $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$, aparecerá un único múltiplo de 5, luego el factor 5^3 siempre estará.

En cualquier número de la forma $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$, con $n \geq 2$, aparecerán dos múltiples de 3, luego podemos garantizar que el factor 3^3 siempre estará.

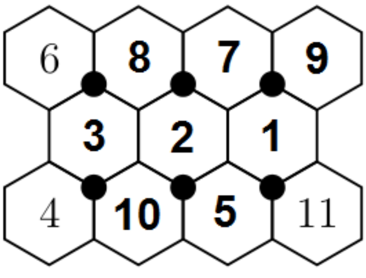
En cualquier número de la forma $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$, con $n \geq 2$, aparecerán como mínimo, un múltiple de 2 y un múltiple de 4, diferentes, luego podemos garantizar que el factor $2^3 \cdot 4^3 = 2^3 \cdot \left(2^2\right)^3 = 2^9$ siempre estará.

Así pues, el mínimo común múltiplo es $2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ (E).

28
Los números del 1 al 11 se colocan en los hexágonos vacíos para que la suma de los tres números alrededor de cada uno de los seis puntos negros sea la misma. ¿Qué número se colocará en el hexágono en la posición en la que aparece el signo de interrogación?



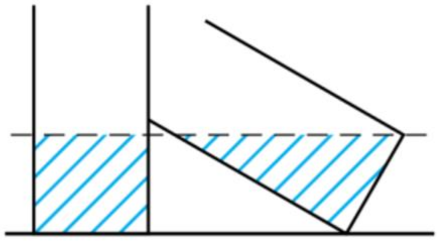
(A) 5 (B) 4 (C) 7 (D) 3 (E) 9



y la respuesta correcta es 9 (A)

29

Dos cilindros idénticos contienen la misma cantidad de agua. Un cilindro está derecho y el otro está apoyado contra él, y el nivel del agua en cada uno de ellos es el mismo (ver la imagen). La parte inferior de cada uno de los cilindros es un círculo con un área de 3π m². ¿Cuánta agua contiene cada cilindro?



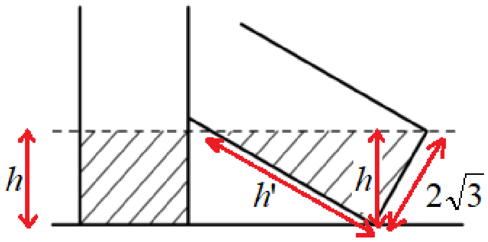
(A) $3\sqrt{3}\ \pi$ m³   (B) 6π m³   (C) 9π m³   (D) 3π/4 m³   (E) Es imposible calcularlo a partir de la información facilitada

$3\pi = A_{base} = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 3 \Rightarrow r = \sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$.

Tal y como se muestra en la siguiente imagen, diremos que el cilindro de la izquierda es el que se mantiene vertical y el cilindro de la derecha es el que se ha inclinado.

Sea h la altura del agua del cilindro vertical.

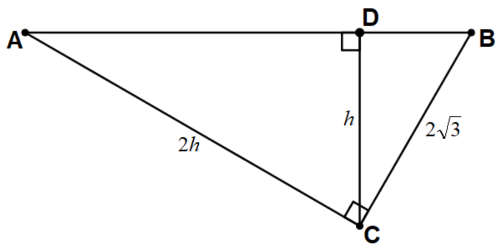
El cilindro inclinado se puede interpretar como medio cilindro de altura h':



Luego si tienen la misma cantidad de agua tendremos

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = A_b \cdot h \\ V_2 = \frac{1}{2} A_b \cdot h' \end{array}\right\} \Rightarrow V_1 = V_2 \Leftrightarrow A_b \cdot h = \frac{1}{2} A_b \cdot h' \Leftrightarrow h = \frac{1}{2} h' \Leftrightarrow 2h = h'$$

Nuestro problema se reduce ahora a resolver un triángulo rectángulo dividido en dos triángulos rectángulos internos:



El triángulo ΔADC tiene hipotenusa el doble que su cateto menor, luego es semejante al triángulo 30º-60º-90º, luego $\angle ACD = 60º \Rightarrow \angle DCB = \angle ACB - \angle ACD = 90º - 60º = 30º$, y

$\angle DBC = 60^{o}$, así pues, el triángulo ΔCDB también es un triángulo 30º-60º-90º, y por tanto sus lados siguen la proporcionalidad 1:2:√3, es decir,

$$\frac{h}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$$

Finalmente, $V = A_b \cdot h = 3\pi \cdot 3 = 9\pi\ m^3$ (C)

30 El producto de seis números consecutivos es un número de doce dígitos de la forma abb cdd cdd abb, donde los dígitos a, b, c y d son cuatro números consecutivos en algún orden. El valor del dígito d es (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Llamaremos n al producto de seis números consecutivos para cierto x entero, es decir:

$$n = \overline{a}\overline{b}\overline{b}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{a}\overline{b}\overline{b} = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)$$

En primer lugar vemos que $2^3 \mid n$. En efecto, si x es par,

$2 \mid x,\ 2 \mid x+2,\ 2 \mid x+4$ y por tanto $2^3 \mid n$

Si x es impar:

$2 \mid x+1,\ 2 \mid x+3,\ 2 \mid x+5$ y por tanto $2^3 \mid n$.

En todo caso, $2^3 \mid n$.

También vemos que $3 \mid n$, pues en una secuencia de seis números consecutivos seguro que encontramos un múltiplo de tres (de hecho encontramos dos).

Y vemos que $5 \mid n$, pues en una secuendia de seis números consecutivos seguro que encontramos al menos un múltiplo de cinco.

$$\left.\begin{array}{l} 2^3 \mid n \Rightarrow 2 \mid n \\ 5 \mid n \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot 5 \mid n$$

Y puesto que n es un múltiplo de 10, seguro que acabará en 0, por lo tanto ya hemos deducido que $b = 0$.

Ahora bien, vemos que nuestro número acaba en cifras $\overline{b}\overline{b}$, es decir en "00", luego es un múltiplo de $100 = 2^2 \cdot 5^2$, es decir, es un número de la forma

$$n = \overline{a}\overline{0}\overline{0}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{a}\overline{0}\overline{0} = \left(\overline{a}\overline{0}\overline{0}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{a}\right) \cdot 100 = \left(\overline{a}\overline{0}\overline{0}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{a}\right) \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

Pero sabíamos que $2^3 \mid n$, luego $\overline{a}\overline{0}\overline{0}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{c}\overline{d}\overline{d}\ \overline{a}$ sigue siendo par, es decir, acaba en par, y por tanto a es par.

En el enunciado nos dicen que los números a, b, c, d son consecutivos. Antes hemos deducido que $b = 0$, luego a,b y c tienen que ser forzosamente 1, 2, 3 (no necesariamente en este orden). Puesto que a es par, solo es aceptable $a = 2$.

Así pues, solo nos quedan dos posibilidades:

$a = 2, b = 0, c = 3, d = 1 \Rightarrow n = 200311311200$

$a = 2, b = 0, c = 1, d = 3 \Rightarrow n = 200133133200$

Para decidir cual de los dos es el correcto, recordamos que $3 | n$, luego la suma de sus cifras tiene que ser múltiplo de 3. Esto no ocurre en el primer caso:

$$2+0+0+3+1+1+3+1+1+2+0+0=14$$

y sí ocurre en el segundo:

$$2+0+0+1+3++3+1+3+3+2+0+0=18$$

Luego el número buscado es 200133133200 y la respuesta correcta es $d=3$ (C).