CANGURO 2024

Con las soluciones desarrolladas paso a paso
de todos los problemas de los niveles 4, 5 y 6

Gerard Romo Garrido

Toomates Coolección vol. 77

Toomates Coolección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "**licencias digitales**" con las que las editoriales pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo libro, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.
Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de licencias digitales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía**.
El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las editoriales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de unos libros de texto que actualmente son muy mediocres, y no mediante retorcidas técnicas comerciales.
 Todos los libros se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas.

¡Libérate de la tiranía y mediocridad de las editoriales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos

Toomates Coolección **Problem Solving** (en español):
Geometría Axiomática , Problemas de Geometría 1 , Problemas de Geometría 2
Introducción a la Geometría , Álgebra , Teoría de números , Combinatoria , Probabilidad
Trigonometría , Desigualdades , Números complejos , Funciones

Toomates Coolección **Llibres de Text** (en catalán):
Nombres (Preàlgebra) , Àlgebra , Proporcionalitat , Mesures geomètriques , Geometria analítica
Combinatòria i Probabilitat , Estadística , Trigonometria , Funcions , Nombres Complexos ,
Àlgebra Lineal , Geometria Lineal , Càlcul Infinitesimal , Programació Lineal , Mates amb Excel

Toomates Coolección **Compendiums**:
PAU España: Cataluña TEC Cataluña CCSS Valencia Galicia País Vasco Baleares
PAU Internacional: Portugal A Portugal B Italia UK (A Level) IB Francia (BAC)
Canguro: ESP CAT FR USA UK AUS Canguro 2024
USA: Mathcounts AMC 8 10 12 AIME USAJMO USAMO TSTST TST ELMO Putnam
España: OME OMEFL OMEC OMEA OMEM CDP
Internacional: IMO OMI IGO SMT INMO CMO REOIM Arquimede HMMT BMO
Pruebas acceso: ACM4 , CFGS , PAP
Pizzazz!: Book A Book B Book C Book D Book E Pre-Algebra Algebra
AHSME: Book 1 Book 2 Book 3 Book 4 Book 5 Book 6 Book 7 Book 8 Book 9

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales, para facilitar su edición. Descarga en los siguientes enlaces la versión "**.doc**" de este documento:
www.toomates.net/biblioteca/Canguro2024.doc

¡Ayuda a mejorar! Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a **toomates@gmail.com**

¡No utilices una versión anticuada! Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.

Versión de este documento: **06/05/2024**

Consulta el **Catálogo de libros** Toomates Coolección en http://www.toomates.net/biblioteca.htm
Visita mi **Canal de Youtube**: **https://www.youtube.com/c/GerardRomo**
Visita mi pàgina web: **www.toomates.net** **¡Matemáticas patós!**

Índex.

Tabla de correspondencia Canguro/Cangur/Kangaroo/Kangourou.

	ESPAÑA			UK (England & Wales)		USA		FRANCIA	
EDAD	CURSO	CANGURO	CANGUR (Catalunya)	YEAR	KANGAROO	Grado USA	KANGAROO	Curso	KANGOUROU
6/7	1º Prim.			2		1th			
7/8	2º Prim.			3		2nd	Felix		
8/9	3º Prim.			4		3th		CE2	
9/10	4º Prim.			5		4th	Ecolier	CM1	
10/11	5º Prim.		P5	6		5th		CM2	**E** Écoliers
11/12	6º Prim.		P6	7		6th	Benjamin	6ème	
12/13	1º ESO	N1	E1	8		7th		5ème	**B** Benjamins
13/14	2º ESO	N2	E2	9	Grey	8th	Cadet	4ème	
14/15	3º ESO	N3	E3	10		9th		3ème	**C** Cadets
15/16	4º ESO	N4	E4	11	Pink	10th	Junior	2ème	**J**uniors: Lycées G. et T. **É**tudiants: TS, Bac+
16/17	1º BAT	N5	B1	12		11th		1ème	
17/18	2º BAT	N6	B2	13		12th	Student	T	

Este documento forma parte de los recopilatorios siguientes:

Compendium Canguro (España)
http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro.pdf

Compendium Cangur (Cataluña)
http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur.pdf

Compendium Kangourou (Francia)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangourou.pdf

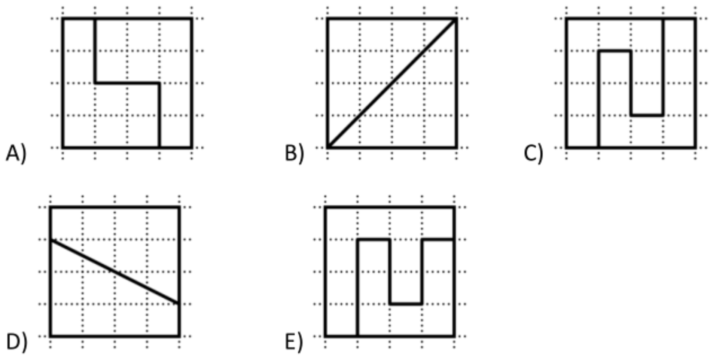
Compendium Kangaroo (USA)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangaroo.pdf

Compendium Kangaroo (UK)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangarooUK.pdf

Compendium Känguru (Austria)
http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKanguru.pdf

Canguro N1 2024 Enunciados

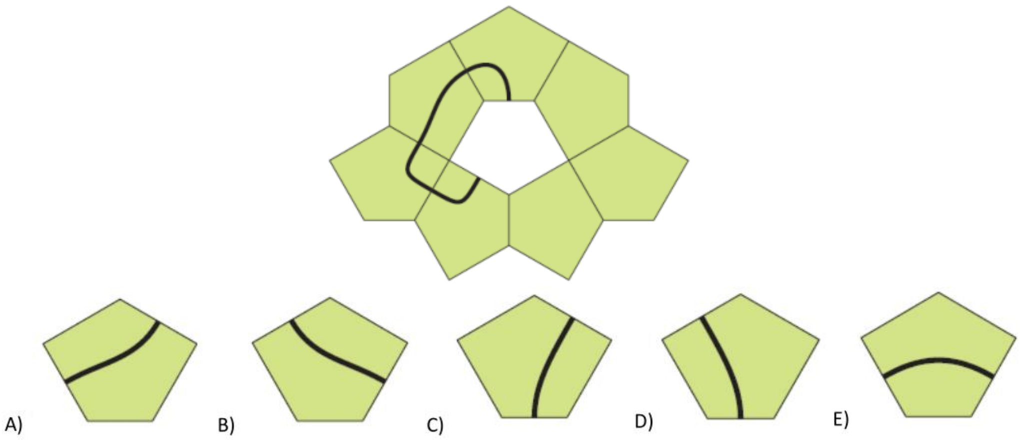
1
¿Qué cuadrado está cortado en dos formas diferentes?



2
Enrique vio un automóvil con una placa de matrícula cuyos dos últimos dígitos son iguales a la suma de los dos primeros dígitos, y el primer dígito es más pequeño que el segundo. Y los dos últimos dígitos son un cuadrado perfecto (es decir, el cuadrado de un número entero). ¿Cuál es el número de la matrícula del automóvil?

(A) 7816   (B) 8816   (C) 9716   (D) 7916   (E) 8925

3
Un patrón está formado por pentágonos iguales. ¿Cuál es la ficha que falta para formar una curva cerrada?

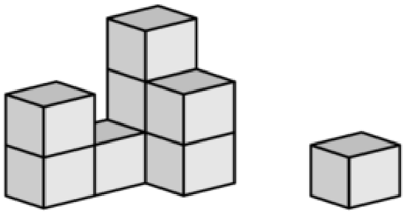


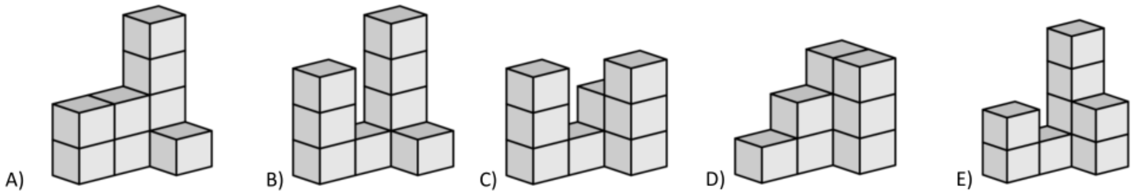
4
Manuel escribió tres números consecutivos de cuatro dígitos cada uno. Su hermana borró algunos dígitos. ¿Cuáles son los dígitos que faltan (de izquierda a derecha)?
(Por ejemplo: 213, 214, 215 son 3 números consecutivos de 3 dígitos).

___7, _898, 48__

(A) 389, 3, 99   (B) 489, 3, 96   (C) 489, 4, 98   (D) 489, 4, 99   (E) 488, 4, 99

5
Un gato derribó un cubo de la construcción que realizó Félix. ¿Cómo habría sido esta construcción antes de que derribara el cubo?





6
Cristina paga 7 euros por tres artículos. El precio de cada artículo es diferente y es un número entero. ¿Cuánto cuesta el artículo más caro?

(A) 2 € (B) 3 € (C) 4 € (D) 5 € (E) 6 €

7
El 21 de marzo de 2024 es jueves. Ese día, Julia le prestó un paraguas a Rufino y le dijo que se lo devolviera antes de 13 días, a lo que Rufino le respondió que se lo devolverá cuando pasen tantos días como establezca el primer número que es múltiplo de 3 y de 4. ¿En qué día de la semana le devolvió Rufino el paraguas?

(A) Domingo (B) Lunes (C) Martes (D) Miércoles (E) Jueves

8
Carlos arrojó 100 monedas de un céntimo en un tablero de ajedrez. Se dio cuenta que el cuadrado negro superior derecho no tenía monedas. ¿Qué más notó Carlos?
(A) Había 2 monedas en todos y en cada uno de los demás cuadrados.
(B) Había 2 monedas en todos los demás cuadrados negros y una moneda en todos los cuadrados blancos.
(C) Había 10 monedas en cada columna.
(D) Había un cuadrado con al menos dos monedas.
(E) Había 20 monedas en cada fila.

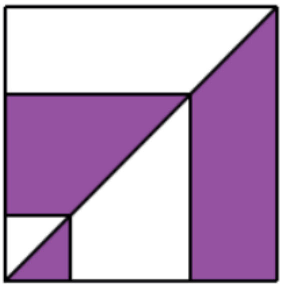
9
Pedro quiere llenar las celdas de la tabla de 5×5 con los números 1, 2, 3, 4, 5, para que todos los números en cada fila y en cada columna sean diferentes. Ya llenó algunas celdas como se muestra en la imagen. ¿Qué número debe ingresar en la celda central para completar la tabla?

	5			
		5		
1		?	4	
	2			
	3			

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) Pedro no puede completar la tabla

10

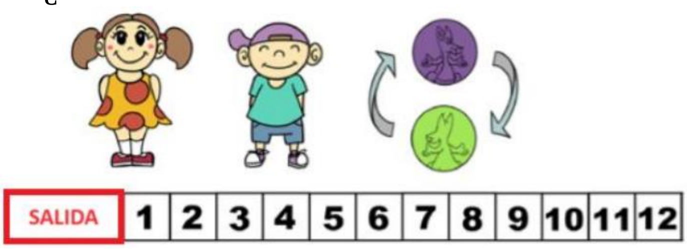
¿Cuál es el área de la parte pintada si el lado del cuadrado mide 6 cm?



(A) 12   (B) 16   (C) 18   (D) 21   (E) 22

11

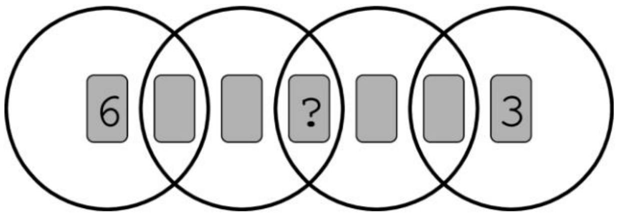
Antonia y Luis lanzan una moneda. Si el que lanza la moneda ve el lado morado, avanza tres pasos y si ve el lado verde, retrocede un paso. Ambos empezaron en la casilla “SALIDA” y cada uno lanzó la moneda 4 veces. Antonia avanzó al número 4 y Luis avanzó al número 8. ¿Cuántas veces en total vieron el lado verde de la moneda?



(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

12

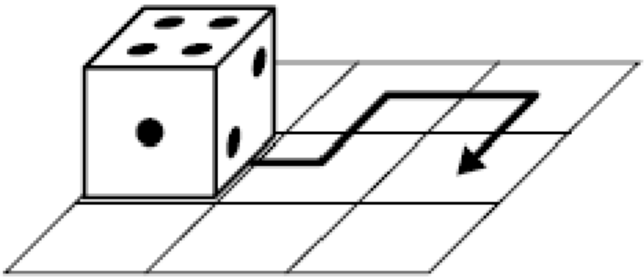
Se colocan siete cartas, numeradas del 1 al 7, en cuatro anillos superpuestos. La suma de los números que encierra cada anillo es 10.



¿Qué número está debajo del signo de interrogación?

(A) 1   (B) 2   (C) 4   (D) 5   (E) 7

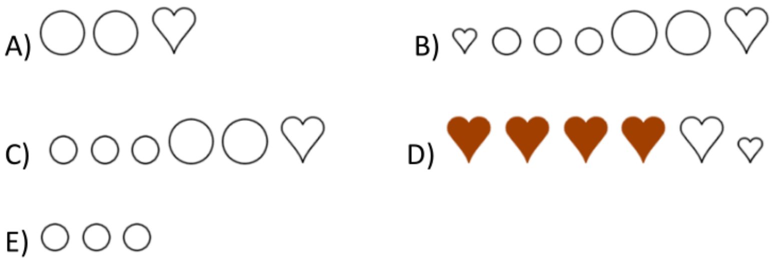
13
Francisco tiene un dado normal cuyas caras opuestas siempre suman 7 puntos. Lo hace rodar siguiendo la ruta de la flecha dibujada en la imagen. Comienza con un 4 en la parte superior. ¿Qué cantidad de puntos habrá en la cara superior cuando el dado complete su recorrido?



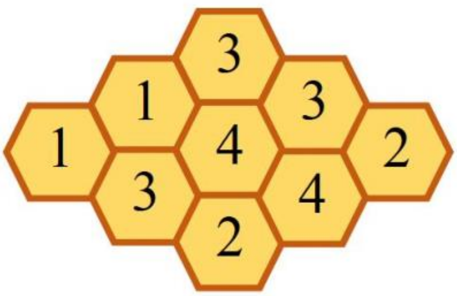
(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

14
Tres chicas van una tras otra a la bandeja y toman unas galletas. Una de las chicas coge todos los corazones disponibles en la bandeja. Otra chica toma todas las galletas blancas disponibles en la bandeja y la otra chica toma todas las galletas grandes disponibles en la bandeja. Sin embargo, no necesariamente lo hacen en este orden.

Una toma 3 galletas, otra toma 6 galletas y la otra toma 7 galletas. ¿Cuál de las siguientes galletas toma una de estas chicas?

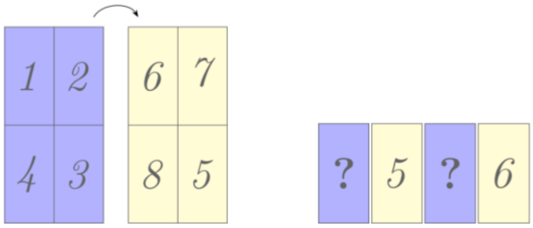


15
La siguiente figura muestra una colmena con nueve celdas. Sólo en algunas celdas hay miel. Los números marcados en cada una de las celdas indican el número de celdas vecinas que tienen miel. Según los datos de la figura ¿cuál es el número total de celdas que tienen miel en toda la colmena?



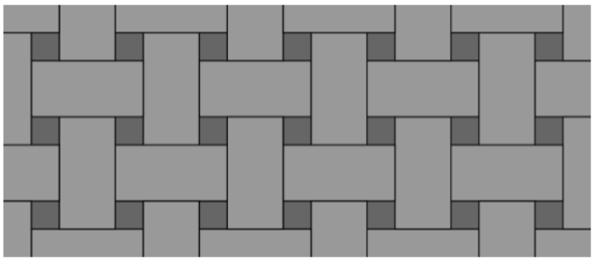
(A) 4   (B) 5   (C) 6   (D) 7   (E) 8

16
Juan escribe los números del 1 al 4 en la parte azulada de la hoja. Luego da la vuelta a la hoja, en el sentido marcado por la flecha, y escribe los números del 5 al 8 como se muestra en la imagen. Después, corta la hoja en 4 tarjetas rectangulares y las pone en fila:



¿Cuál es la suma de los números que ocupan los signos de interrogación?
(A) 3   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 7

17
El suelo de una casa está formado por dos tipos de baldosas tal y como muestra la imagen. Cada baldosa rectangular tienen un tamaño de 23 cm × 11 cm. ¿Cuál es la longitud del lado de la baldosa cuadrada?

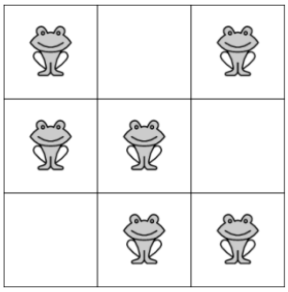


(A) 3 cm   (B) 4 cm   (C) 5 cm   (D) 6 cm   (E) 7 cm

18
Hay 60 alumnos en un viaje. Cuando se alinean, los colores de sus chalecos reflectantes siguen el patrón: amarillo, verde, amarillo, verde... Los colores de sus mochilas siguen un patrón diferente: rojo, marrón, naranja, rojo, marrón, naranja…
¿Cuántos alumnos tienen un chaleco reflectante amarillo y una mochila naranja?

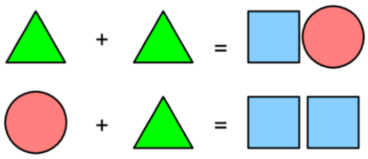
(A) 3   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 10

19
Tenemos dos ranas en cada fila y en cada columna como se muestra en la figura. Las ranas deciden que dos de ellas saltarán al mismo tiempo, a una celda vacía, que sea vecina. Una celda vecina es aquella con la que comparte un lado en común. Después de este salto, seguimos teniendo dos ranas en cada fila y en cada columna. ¿De cuántas maneras distintas pueden hacer este salto las ranas?

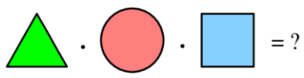


(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

20
En las siguientes sumas, los mismos dígitos están ocultos debajo de las mismas figuras, y debajo de diferentes figuras se esconden diferentes dígitos.



¿Cuál es el producto de



(A) 0   (B) 15   (C) 18   (D) 28   (E) 30

21
El perímetro de un rectángulo es 104 cm. El lado mayor mide 6 cm menos que el triple del lado menor. ¿Cuál es la medida de lado mayor del rectángulo?

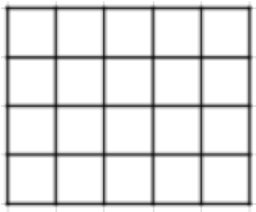
(A) 13,5 cm   (B) 37,5 cm   (C) 14,5 cm   (D) 15 cm   (E) 17 cm

22
El pingüino Pedro va a pescar todos los días y trae nueve peces para sus dos polluelos. Cada día, le da cinco peces al primer polluelo que ve y cuatro al otro polluelo, comiéndose entre los dos polluelos los nueve peces. En los últimos días, un polluelo ha comido 26 pescados. ¿Cuántos se ha comido el otro?

(A) 19   (B) 22   (C) 25   (D) 28   (E) 31

23
Sea un número de cuatro cifras que comienza por 77. Los dos últimos dígitos son tales que el número completo es divisible por 3, por 4 y por 5. ¿Cuál es la suma de los cuatro dígitos del número?
(A) 15   (B) 18   (C) 21   (D) 24   (E) 27

24
El rectángulo de 4x5 de la figura se compone de 20 celdas idénticas. ¿Cuál es el número máximo de monedas que podemos colocar en las celdas, una moneda centrada por celda, de manera que no haya cuatro que formen un rectángulo?



(A) 8   (B) 9   (C) 10   (D) 11   (E) 12

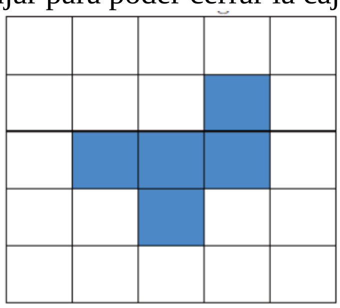
25
El mejor amigo de John envolvió su regalo de cumpleaños en una caja que introdujo dentro de otra, y ésta segunda caja dentro de una tercera caja. Las dimensiones de la caja exterior más grande son de 20 cm de alto, 30 cm de ancho y 40 cm de largo. Las dimensiones de la caja de tamaño mediano eran exactamente la mitad de cada una de las dimensiones de la caja más grande y las dimensiones de la caja interior más pequeña eran exactamente la mitad de las dimensiones de la caja mediana. ¿Cuál era el volumen de la caja más pequeña?

(A) 375 cm^3 (B) 600 cm^3 (C) 3000 cm^3 (D) 6000 cm^3 (E) 8000 cm^3

26
El martes por la mañana, la familia de Andrés comienza a usar dos tubos nuevos de pasta de dientes. Un tubo lo utilizan dos personas en el baño privado y el otro lo utilizan tres personas en el baño principal. Una mañana, antes de que nadie se haya lavado los dientes ese día, Andrés intercambiará los tubos entre los dos baños para que se acaben el mismo día. Dado que un tubo lleno de pasta de dientes le dura a una persona 100 días, ¿qué día de la semana será cuando cambie los tubos?

(A) Lunes   (B) Martes   (C) Miércoles   (D) Jueves   (E) Viernes

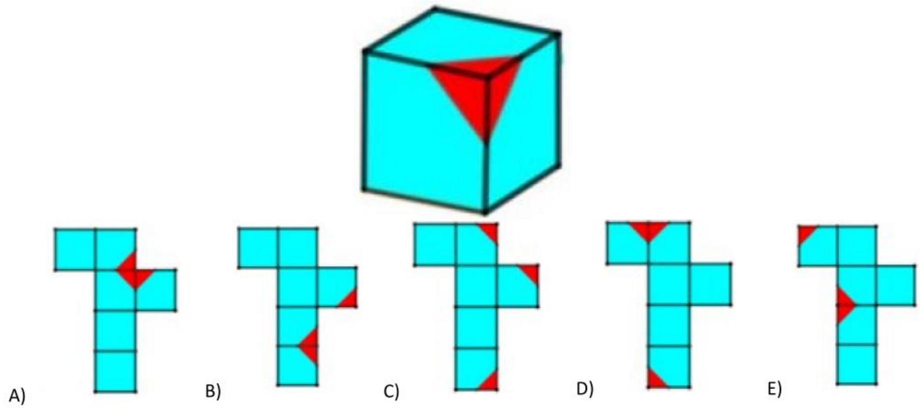
27
Manuela diseñó una caja del tesoro en forma de cubo, pero solo dibujó cinco cuadrados idénticos para que después de doblarlos se formara y se cerrara ese cubo. Se dio cuenta que le faltaba un cubo por dibujar para poder cerrar la caja y coloreó un cuadrado más.



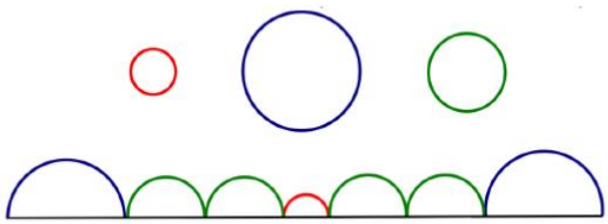
¿De cuántas maneras distintas puede colorear ese sexto cuadrado?

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

28
¿Qué desarrollo no corresponde con en este cubo?

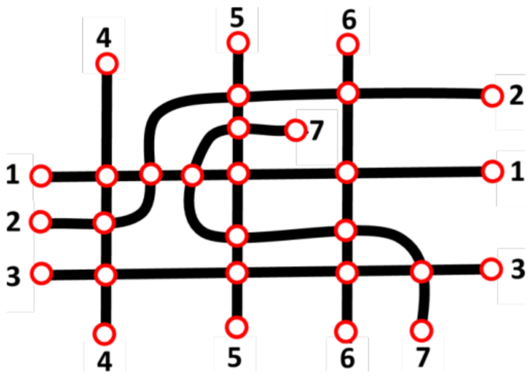


29
El diámetro de la circunferencia roja (pequeña) es tres veces menor que el diámetro de la circunferencia azul (grande) y dos veces menor que el diámetro de la verde (mediana). Sus semicircunferencias están unidas como se muestra en la imagen. La longitud de las siete semicircunferencias unidas es de 90 cm. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia azul?



(A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 36

30
La figura muestra el plano de las siete rutas de metro de una ciudad. Los círculos indican las estaciones. Queremos pintar las líneas de tal manera que si dos líneas comparten una estación común, entonces se pintarán con colores diferentes.



¿Cuál es el menor número de colores que podemos utilizar?

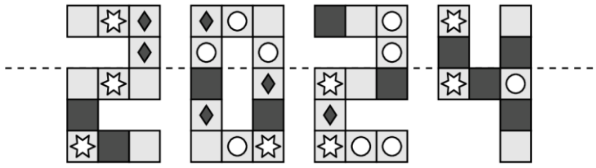
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

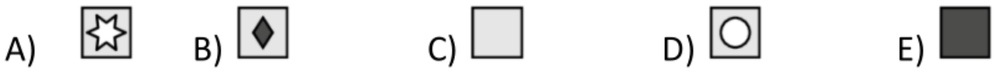
Canguro N1 2024 Respuestas correctas

1	E
2	D
3	C
4	D
5	E
6	C
7	C
8	D
9	E
10	C
11	C
12	A
13	E
14	E
15	C
16	B
17	D
18	E
19	D
20	D
21	B
22	D
23	B
24	C
25	A
26	A
27	D
28	E
29	E
30	A

Canguro N2 2024 Enunciados

1
Doblamos la imagen de abajo por la línea discontinua. ¿Cuál de los siguientes cuadrados se colocará sobre uno idéntico?





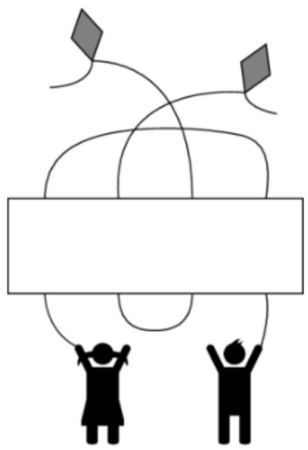
2
Mario tenía 5 paquetes de tarjetas de felicitación, cada uno con 12 tarjetas. Después de haber enviado 38 tarjetas, ¿cuántos paquetes completos de tarjetas le quedan como máximo?

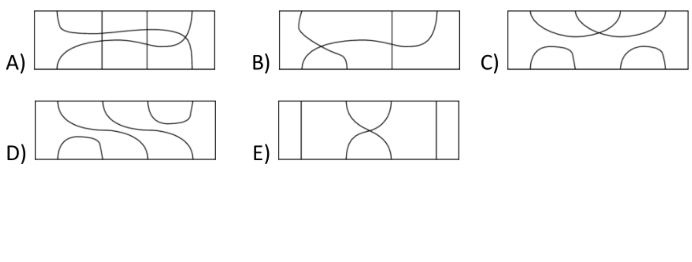
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

3
En un salón de juegos, Daniela, Mauro, Tania y Olga recibieron unos globos, uno para cada uno. Los cuatro globos son de diferentes colores: rojo, verde, amarillo y azul. El globo de Daniela no es ni rojo ni azul. El globo de Mauro no es azul. Tania recibió un globo amarillo. ¿Qué globo consiguió Olga?

(A) Rojo (B) Verde (C) Amarillo (D) Azul (E) Es imposible determinar el color

4
¿Cuál de las imágenes hay que colocar en el rectángulo en blanco para que ambos niños vuelen sus cometas?

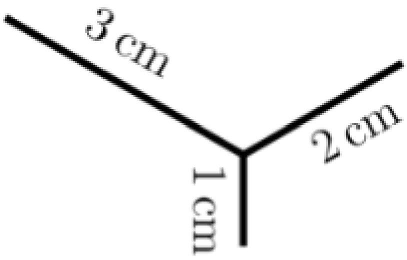




5
Un número capicúa de tres cifras es de la forma ABA siendo A y B iguales o distintos. ¿Cuántos números capicúas de tres cifras podemos escribir? Te en cuenta que para que un número sea considerado de tres cifras, no debe comenzar por 0.

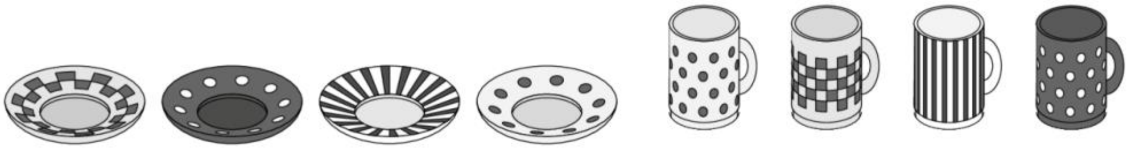
(A) 110 (B) 100 (C) 90 (D) 80 (E) 70

6
Sin levantar el lápiz, María quiere dibujar la figura que se muestra (aunque deba pasar varias veces por el mismo segmento). ¿Cuál es la longitud mínima que debe recorrer el lápiz?



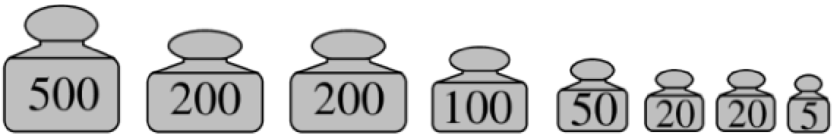
(A) 6 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 9 cm (E) 10 cm

7
Simón saca cuatro tazas del armario y las pone en los cuatro platillos al azar. ¿Qué afirmación es correcta?

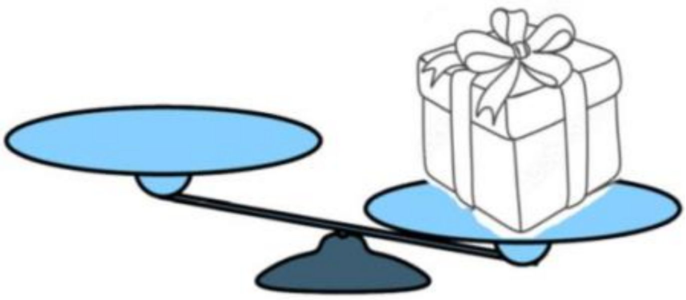


(A) Lo cierto es que ninguna de las cuatro tazas se apoya en su platillo correspondiente.
(B) Es seguro que hay exactamente una taza en su platillo correspondiente.
(C) Es imposible que haya exactamente dos tazas en su platillo correspondiente.
(D) Es imposible que queden exactamente tres tazas en su platillo correspondiente.
(E) Es imposible que las cuatro tazas estén sobre su platillo correspondiente.

8
Pedro tiene un paquete de 445 g y dispone de las ocho pesas siguientes:



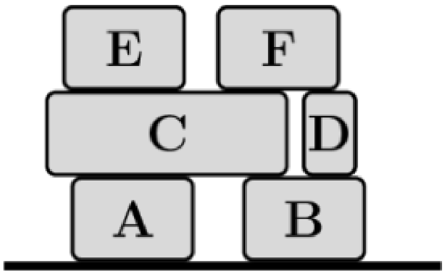
Puso el paquete en la báscula, como se muestra en la imagen.

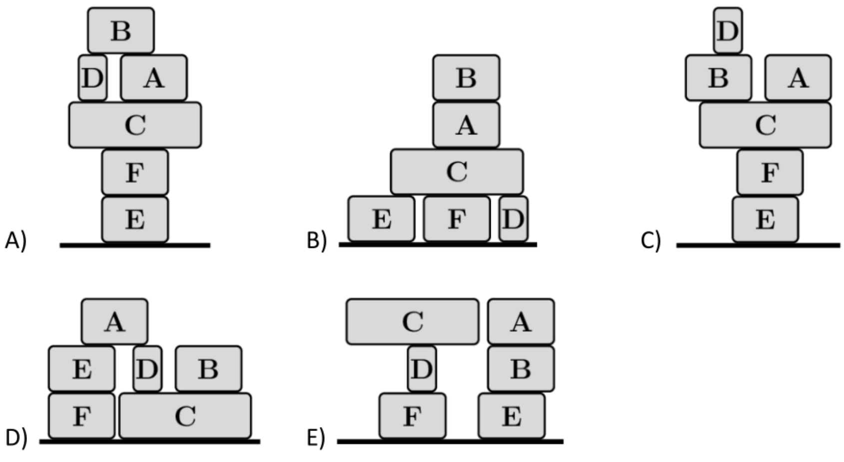


¿Cuál es la cantidad mínima de pesas que necesitaba para equilibrar la balanza?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

9
La figura muestra las seis cajas que había en un camión. Un trabajador las descargó colocándolas en el suelo. Sólo podía descargar las cajas de una en una y siempre que la caja que cogiera no tuviera otra encima en ese momento ¿Cuál de las siguientes pilas de cajas es imposible conseguir con estas
condiciones?



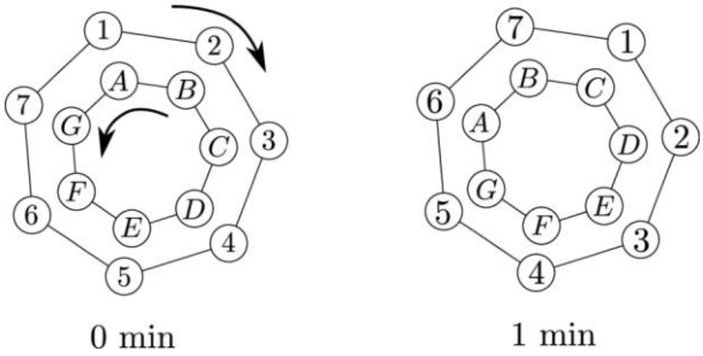


10
Las habitaciones de un hotel están numeradas en orden ascendente, empezando por el 1 y no omitiendo ningún número. Canguro contó 14 veces el dígito 2 y 3 veces el dígito 5. ¿Cuántas habitaciones puede tener el hotel como máximo?

(A) 25   (B) 26   (C) 34   (D) 35   (E) 41

11
Hay dos ruedas marcadas con siete posiciones cada una. Las ruedas giran en sentidos opuestos y ambas dan una vuelta completa en siete minutos. Al final de cada minuto,

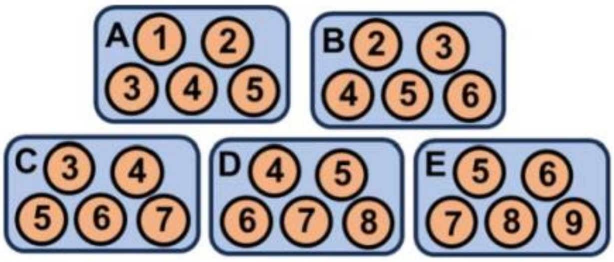
cada letra se encuentra exactamente delante de un número. La imagen muestra las dos primeras posiciones de las ruedas y podemos ver que al inicio, el número 1 está delante de la letra A, el número 2 está delante de la letra B, y así sucesivamente. ¿Qué número estará delante de la letra F cuando el número 2 está delante de la letra C?



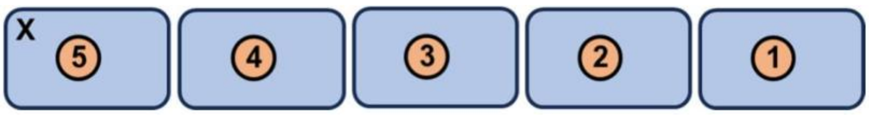
(A) 1   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 7

12

Tenemos cinco cajas de bombones etiquetadas como A, B, C, D y E. Cada una de ellas tiene cinco bombones a los que se les ha asignado un número para indicar su sabor. Después de habernos comido la mayoría de los bombones, nos queda un bombón en cada caja como se pueden ver en la siguiente imagen:

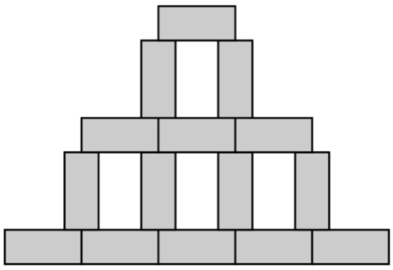


¿Cuál era la etiqueta de la caja marcada con una X?



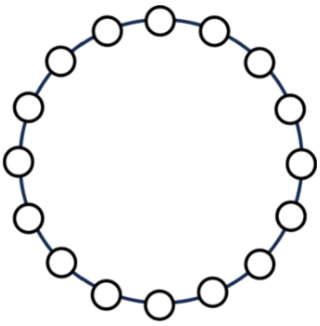
13

Rosa dibuja varios rectángulos idénticos para hacer la siguiente estructura. El ancho y alto de la estructura son 45 cm y 30 cm respectivamente. Determina el área del rectángulo que ha utilizado.



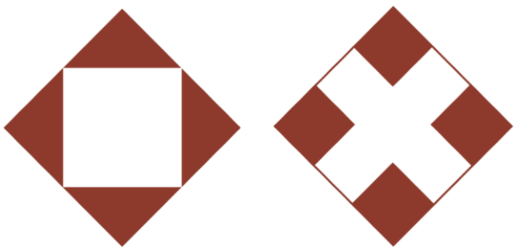
(A) 24 cm²   (B) 27 cm²   (C) 30 cm²   (D) 33 cm²   (E) 36 cm²

14
Cada uno de los 16 círculos que se muestran contiene un número. Los números en círculos vecinos son consecutivos. Uno de los círculos contiene el número 5 y otro contiene el 13. ¿Cuántos números diferentes están escritos en los 16 círculos?



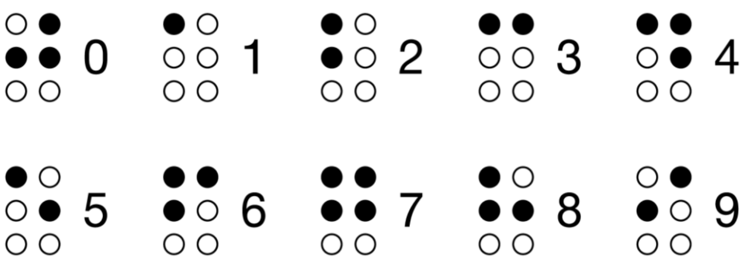
(A) 9   (B) 10   (C) 13   (D) 14   (E) 16

15
Tenemos dos cuadrados grandes con la misma área. En el primero unimos los puntos medios de los lados y sombreamos los triángulos que se forman. En el segundo, sombreamos cuatro pequeños cuadrados en las esquinas cuyo lado vale un tercio del lado del cuadrado mayor. Si el área sombreada total del primer cuadrado es 9, ¿cuál es el área sombreada total del segundo cuadrado?



(A) 4   (B) 8   (C) 9   (D) 10   (E) 12

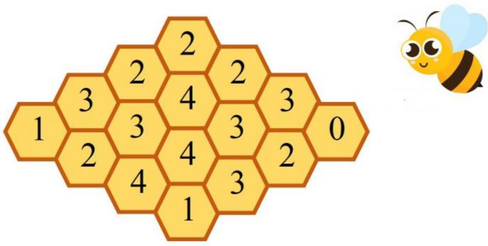
16
Para representar las cifras en Braille y que puedan ser leídas por personas invidentes se utilizan las siguientes figuras (marcando los puntos negros en forma tridimensional). ¿Cuántos números de dos cifras se forman utilizando 5 puntos negros exactamente?



(A) 16   (B) 18   (C) 30   (D) 32   (E) 34

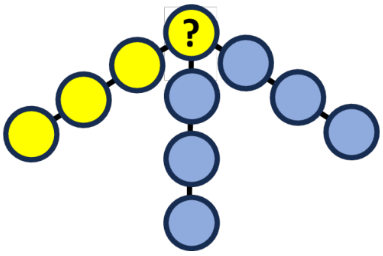
17
La siguiente figura muestra una colmena con 16 casillas. Sólo en algunas casillas hay

miel. Los números marcados en cada una indican el número de casillas vecinas que sí tienen miel. Según los datos de la imagen adjunta ¿cuál es el número total de casillas que tienen miel en toda la colmena?



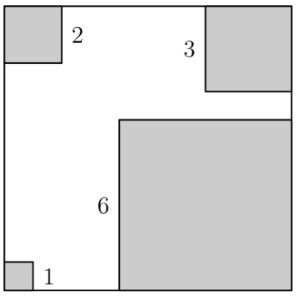
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

18
Juan quiere colocar los números del 1 al 10 en los círculos, un número en cada círculo. Quiere que la suma de los números en cuatro círculos cualesquiera que estén en línea recta sea igual a 23. ¿Qué número debe colocar en el círculo con el signo de interrogación?



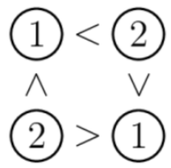
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

19
Roberto ha cortado cuatro cuadrados pequeños de las esquinas del cuadrado más grande, de modo que el área restante sea la mitad del área del cuadrado original. El lado de los cuadrados recortados aparece en la imagen. ¿Cuál es el perímetro de la forma que ha quedado al quitar los cuadrados de las esquinas?

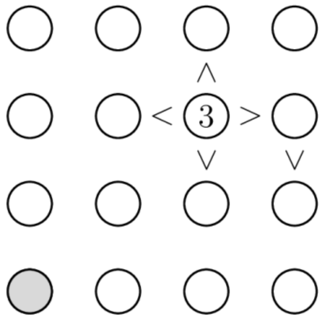


(A) 36 (B) 40 (C) 44 (D) 48 (E) 52

20
En la cuadrícula adjunta deben escribirse los números 1, 2, 3 y 4 de manera que los símbolos < y > sean correctos en relación con las posiciones junto a las que se encuentran. Además, en cada línea horizontal y vertical tienen que aparecer una sola vez cada número. La imagen muestra el modelo de tamaño dos.



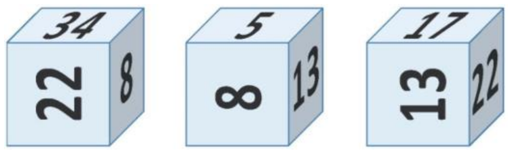
¿Qué número debería estar en el círculo gris?



(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 1 o 3

21

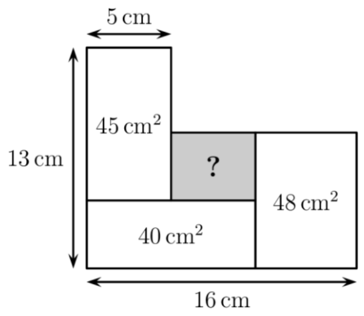
Hay tres dados no convencionales iguales sobre la mesa. ¿Cuál es la suma de los números de las caras que tocan la mesa?



(A) 26   (B) 40   (C) 43   (D) 47   (E) 56

22

¿Cuál es el área de la región sombreada?



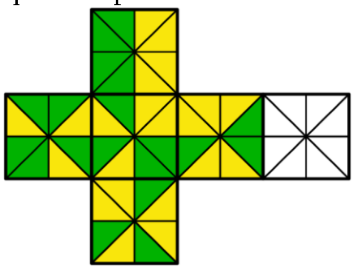
(A) 12 cm²   (B) 14 cm²   (C) 16 cm²   (D) 18 cm²   (E) 20 cm²

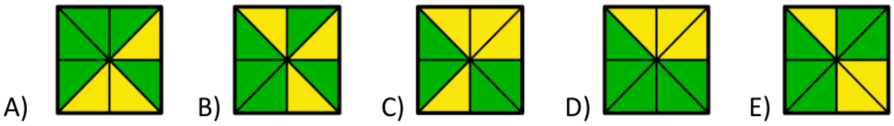
23

Olga escribe una operación en la que multiplica 18 ochos y 50 cincos. ¿Cuál es la suma de los dígitos del resultado del producto que obtuvo Olga?

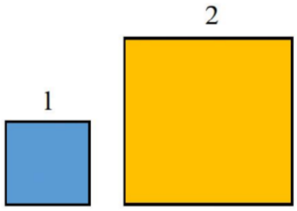
(A) 7   (B) 14   (C) 16   (D) 66   (E) 394

24
Queremos doblar la figura para formar un cubo. ¿Cómo debe colorearse el cuadrado blanco para que los triángulos que comparten aristas sean iguales?



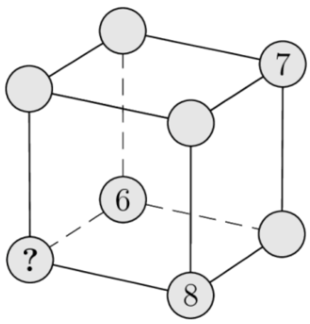


25
Con varios cuadraditos de lados 1 y 2 unidades de longitud, Sara construye un cuadrado más grande. Teniendo en cuenta que los cuadrados no pueden superponerse ni dejar huecos, ¿cuál es la medida del lado del cuadrado más pequeño que Sara puede construir si debe usar la misma cantidad de cuadraditos de cada tipo?



(A) 5   (B) 10   (C) 15   (D) 20   (E) Es imposible construirlo

26
Carmen escribe los números del 1 al 8 en los vértices de un cubo de modo que la suma de los números de los vértices de cada cara sea la misma. Los números 6, 7 y 8 ya están colocados. ¿Qué número debería escribir en el vértice que aparece con el signo de interrogación?



(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

27
Una abuela tiene una determinada cantidad de caramelos y quiere repartirlos entre sus nietos dándole a cada uno una bolsa con la misma cantidad. Pone en cada bolsa el máximo número posible de caramelos y cuando termina ve que hay 20 caramelos en

cada bolsa y que le han sobrado 12 caramelos. ¿Cuál es la menor cantidad posible de caramelos que podría tener?

(A) 52   (B) 232   (C) 272   (D) 411   (E) 432

28
Daniel planea cortar una cuerda en 12 pedazos iguales y marca los puntos en los que cortarla. Mariana planea cortar la misma cuerda en 16 pedazos iguales y marca los puntos donde necesita cortar. Entonces vino Julia y cortó la cuerda en todos los puntos marcados. ¿En cuántos trozos cortó Julia la cuerda?

(A) 24   (B) 25   (C) 27   (D) 28   (E) 29

29
Emma está jugando con las siete piezas del rompecabezas de orugas que se muestran.

Quiere construir una oruga que tenga una cabeza, una cola y una, dos o tres piezas del rompecabezas en el medio. ¿Cuántas orugas diferentes podría construir Emma?

(A) 10   (B) 14   (C) 16   (D) 18   (E) 20

30
Ana escribe un número de tres dígitos en la pizarra. Luego Bernardo escribe un cuarto dígito a la derecha de los anteriores. Él dice “¡Mira! El número ha aumentado en 2024 unidades”. ¿Qué dígito escribió Bernardo?

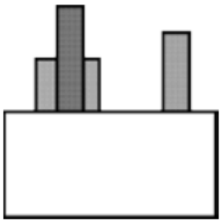
(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 8   (E) 9

Canguro N2 2024 Respuestas correctas

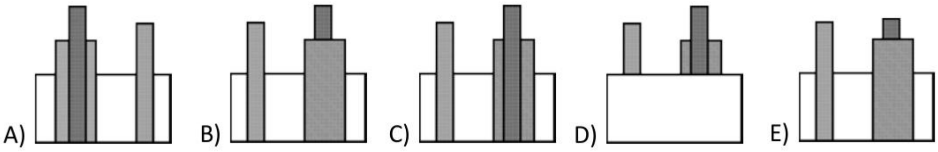
1	B
2	B
3	D
4	D
5	C
6	B
7	D
8	B
9	C
10	C
11	C
12	E
13	E
14	A
15	B
16	C
17	C
18	D
19	B
20	A
21	C
22	E
23	A
24	B
25	B
26	C
27	C
28	A
29	E
30	D

Canguro N3 2024 Enunciados

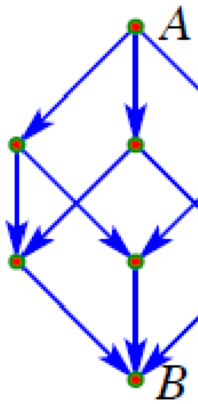
1
Diana ha colocado tres ladrillos en el suelo, detrás de una pared. Vistos de frente, los ladrillos tienen este aspecto.



¿Cómo se verían los ladrillos desde atrás?



2
¿De cuántas maneras se puede pasar del vértice A al vértice B en el cubo, siguiendo el sentido de las flechas de la figura?



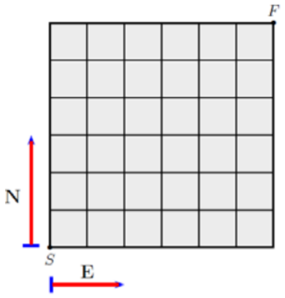
(A) 3   (B) 4   (C) 6   (D) 9   (E) 12

3
En la prueba del Canguro de 2023, Cristina respondió de manera correcta ocho preguntas en cada uno de los bloques, dejando dos preguntas de cada uno de los bloques en blanco. Si hubiese contestado las otras seis preguntas que dejó en blanco y las hubiese fallado, ¿cuántos puntos menos habría obtenido?
Recuerda que las preguntas del primer bloque valen 3 puntos, las del segundo bloque valen 4 puntos y las del tercero valen 5 puntos, restando un cuarto del valor de cada pregunta si se responde mal. Como puntuación de inicio todos parten con 30 puntos.

(A) 6   (B) 8   (C) 10   (D) 12   (E) 14

4
Cada cuadrado de la cuadrícula tiene 1 m de lado. El canguro puede saltar 2 metros al

Este (E) o 3 metros al Norte (N). ¿Cuántas maneras tiene el canguro para llegar a F comenzando en S?



(A) 4   (B) 5   (C) 8   (D) 10   (E) 12

5
Los números capicúas de cuatro cifras son de la forma ABBA, siendo A y B iguales o distintos. De todos los números capicúas de cuatro cifras, ¿cuántos son múltiplos de 5? Para considerar un número con cuatro cifras no debe comenzar por 0.

(A) Menos de 8   (B) 8   (C) 9   (D) 10   (E) Más de 10

6
La figura muestra los números impares consecutivos a partir de 1 ordenados según un determinado patrón. ¿En qué fila se encuentra el número 99?

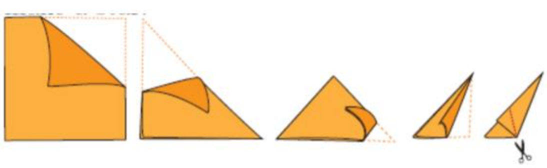
$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 3 & 5 & 7 & & & \\ & & 9 & 11 & 13 & 15 & 17 & & \\ & 19 & 21 & 23 & 25 & 27 & 29 & 31 & \\ \ldots & & \ldots & & \ldots & & \ldots & & \ldots \end{array}$$

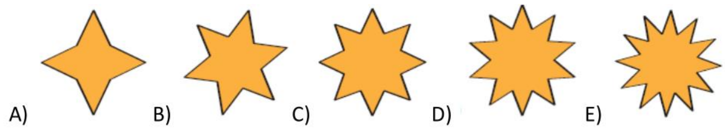
(A) Séptima   (B) Octava   (C) Novena   (D) Décima   (E) Décimo primera

7
Ana tiene una bolsa con varias bolas. Cada vez, Ana saca exactamente la mitad de bolas que tiene la bolsa y después devuelve una bola a la bolsa. Si repite esto cinco veces le quedan tres bolas. ¿Cuántas bolas había originalmente en la bolsa?

(A) 47   (B) 39   (C) 34   (D) 57   (E) 36

8
Sara tiene una hoja de papel cuadrada. La dobla y la corta, como se muestra en la imagen, para formar una estrella. ¿Qué estrella obtendrá?

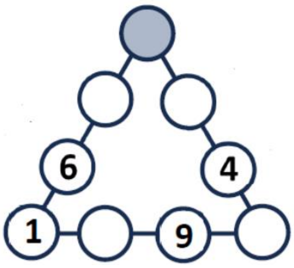




9
¿Qué dos pesos debemos intercambiar si queremos que la balanza se equilibre?

(A) 2 y 8 (B) 4 y 9 (C) 4 y 8 (D) 8 y 3 (E) 1 y 5

10
María quiere colocar en cada círculo un número del 1 al 9, sin repetir ninguno y con la condición de que los cuatro números de cada lado sumen 17. Algunos números ya están situados. ¿Qué número debe colocar en el círculo gris situado en el vértice superior?



(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 8

11
Patricia tenía nueve fichas etiquetadas del 1 al 9. Descartó una de las fichas y luego agrupó las demás en tres montones. Los productos de las fichas en los montones fueron 24, 35 y 72.
¿Cuál es el número de la ficha que Patricia descartó?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

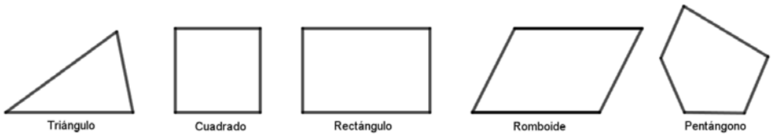
12
El abuelo dividió primero todos sus calcetines en tríos, y luego lo reorganizó todo en parejas. Tenía siete tríos menos que parejas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

(A) El abuelo tenía menos de 29 calcetines.
(B) El abuelo tenía más de 29 calcetines, pero menos de 37.
(C) El abuelo tenía más de 37 calcetines, pero menos de 49.
(D) El abuelo tenía más de 49 calcetines, pero menos de 59.
(E) El abuelo tenía más de 59 calcetines.

13
2024 es un número de cuatro cifras que tiene tres propiedades especiales: contiene tres cifras distintas, cada cifra es par y la última cifra es igual a la suma de las tres primeras. ¿Cuántos números de cuatro cifras (incluido el 2024) tienen estas tres propiedades?

(A) 4   (B) 5   (C) 6   (D) 7   (E) 8

14
De los polígonos siguientes, ¿en cuál no es posible obtener un hexágono al dividirlo por medio de dos rectas?



(A) Triángulo   (B) Cuadrado   (C) Rectángulo   (D) Romboide   (E) Pentágono

15
El reloj digital de Andrés acaba de cambiar para mostrar la hora como se muestra en la siguiente figura. ¿Cuántos minutos han pasado desde la última vez que mostró una hora con los mismos dígitos pero en otro orden?

(A) 422 min   (B) 582 min   (C) 772 min   (D) 962 min   (E) 1042 min

16
¿Cuántos números de dos cifras existen en los que el producto de sus cifras es mayor que el número mismo?

(A) 0   (B) 1   (C) 2   (D) 3   (E) 4

17
El número de teléfono de Diego es un número de cinco cifras compuesto por cinco dígitos diferentes. Manuel dice que es 84261, Andrea dice que es 26048, Tomás dice que es 49280 y Héctor dice que todos han adivinado correctamente dos dígitos que no están uno al lado del otro. Entonces, ¿cuál es este número de teléfono?

(A) 68420   (B) 86240   (C) 86024   (D) 28640   (E) 68240

18
Un número se llama "octavo" si es divisible por 8 y la suma de sus dígitos es igual a 8. Por ejemplo, 2024 es octavo. ¿Cuántos números octavos de tres cifras hay?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

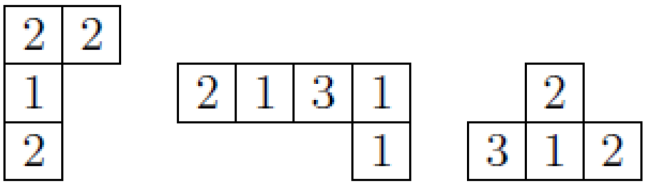
19
Un ascensor puede transportar a 12 adultos o a 20 niños a la vez. ¿Cuántos niños pueden viajar en el ascensor junto con 9 adultos?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

20
Pedro, Jaime y Héctor tienen algunas monedas. Si Héctor le diera a Jaime una de sus monedas, ambos tendrían la misma cantidad de monedas. Si Jaime le diera a Pedro dos de sus monedas, ambos tendrían la misma cantidad de monedas. Sabemos que Pedro tiene diez monedas. ¿Cuántas monedas en total tienen Pedro, Jaime y Héctor?

(A) 20 (B) 25 (C) 34 (D) 38 (E) 40

21
A partir de las tres piezas y una de las siguientes piezas, se puede construir un cuadrado de 4 × 4 en el que la suma sea la misma en las cuatro filas y en las cuatro columnas.



¿Cuál de las siguientes piezas se necesita para lograrlo?

A)

1	1	3

B)

2	1	0

C)

1	2	1

D)

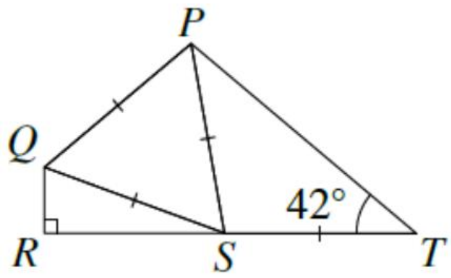
2	2	2

E)

2	2	3

22
El granjero tiene gallinas y ovejas. Si cada gallina tuviera 4 patas, habría 180 patas en total. Solo una de las siguientes frases es verdadera. ¿Cuál es?
(A) El granjero tiene 25 gallinas.
(B) Las ovejas tienen un total de 80 patas.
(C) Todos los animales del granjero tienen un total de 130 patas.
(D) El granjero tiene 15 ovejas.
(E) El granjero tiene 50 gallinas.

23
En la figura, PQ = QS = SP = ST; ∠STP = 42º; QR es perpendicular a RS y RST es una línea recta. ¿Cuál es la medida del ángulo ∠PQR?



(A) 110º   (B) 114º   (C) 118º   (D) 122º   (E) 126º

24
En cada casilla de la cuadrícula de la figura se escribe un número del 0 al 9 de forma que la suma de los tres números de las filas sea siempre igual y la suma de los cuatro números de las columnas sea siempre igual. Algunos números ya están escritos. ¿Cuál es la suma de los números que faltan en la tabla?

1		5
	6	1
6	0	
3	3	

(A) 9   (B) 11   (C) 13   (D) 15   (E) 17

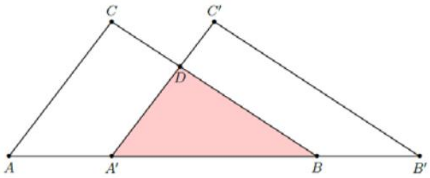
25
Tenemos cinco lámparas: A, B, C, D y E, que representan los vértices de un pentágono regular, y dos mariposas. La primera mariposa se sitúa en el punto A y la segunda en el punto B. Si la primera mariposa vuela directamente de A a D, recorrerá una distancia de 7 cm. ¿Qué distancia recorrerá la segunda mariposa si vuela de B a E y luego de E a C?

(A) $\sqrt{14}$ cm   (B) 14 cm   (C) 25 cm   (D) 27 cm   (E) 28 cm

26
Ana escribe los 24 números de cuatro cifras que se pueden formar utilizando los cuatro dígitos 1, 2, 3 y 4 en cualquier orden. ¿Cuántos de los números de cuatro cifras que ha escrito Ana son múltiplos de 4?

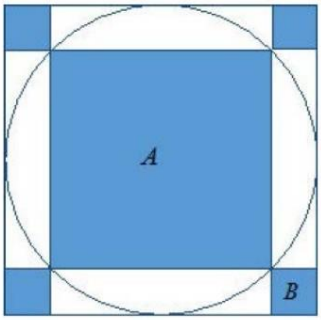
(A) 2   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 10

27
Maika tiene dos triángulos idénticos, representados por ABC y A′B′C′. Superpone los triángulos y luego desliza el triángulo A′B′C′ horizontalmente hacia la derecha, como se muestra en a imagen. El área de ABC es 18 cm² , AB = 9 cm y el área de la región superpuesta, representada por el triángulo A′BD, es 8 cm² .¿Qué distancia deslizó Maika el triángulo A′B′C′ horizontalmente hacia la derecha?



(A) 2 cm   (B) 2,5 cm   (C) 3 cm   (D) 3,5 cm   (E) 5 cm

28
En la figura hay seis cuadrados y un círculo. El cuadrado A está inscrito en el círculo; el círculo además está inscrito en el cuadrado más grande. Cada uno de los cuadrados pequeños (uno de ellos aparece nombrado como   (B) tiene un vértice en común con el cuadrado A y el vértice opuesto en común con el cuadrado mayor. ¿Cuál es la razón entre el área de A y el área de B?



(A) 25   (B) $12 + 8\sqrt{2}$ (C) $6 + 4\sqrt{2}$ (D) $4/(3-2\sqrt{2})$ (E) 16

29
¿Cuántos números de tres cifras hay cuyo número de centenas es igual al producto del número de decenas y unidades?

(A) 21   (B) 22   (C) 23   (D) 24   (E) 25

30
En un rombo de área 6 m 2 , la medida de las diagonales son dos números naturales. ¿Cuánto puede medir el lado?

(A) $1 - \sqrt{5}$ m   (B) $1 + \sqrt{5}$ m   (C) $2\sqrt{5}$ m   (D) 7/4 m   (E) 5/2 m

Canguro N3 2024 Respuestas correctas

1	B
2	C
3	A
4	D
5	D
6	B
7	C
8	C
9	B
10	B
11	E
12	C
13	D
14	A
15	D
16	A
17	B
18	D
19	C
20	E
21	A
22	D
23	E
24	B
25	B
26	C
27	C
28	D
29	C
30	E

Canguro N4 2024 Enunciados

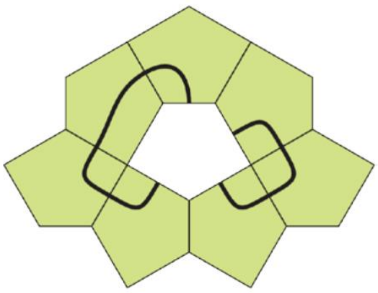
1

Tres niñas trajeron juguetes, al menos uno cada una. Ana aportó cinco más que Blanca y nueve más que Carmen. ¿ Cuál es el menor número de juguetes que pudieron traer entre las tres?

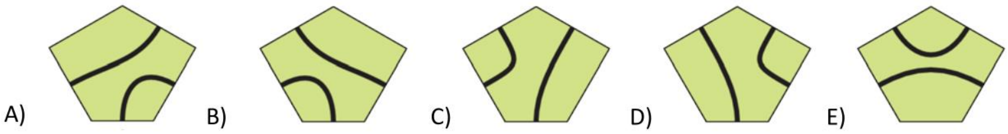
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 15 (E) 16

2

La imagen está formada por piezas pentagonales del mismo tamaño.

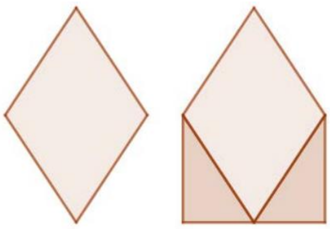


¿Cuál de las siguientes piezas se puede colocar en el hueco del centro para obtener dos curvas cerradas?



3

Si al rombo de la primera figura le añadimos los dos triángulos en la parte inferior para obtener esta segunda figura, ¿en qué porcentaje ha aumentado el área en la nueva figura?



(A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 40% (E) 50%

4

La maestra dibujó una figura geométrica en la pizarra y pidió a los estudiantes que nombraran una característica de la figura dibujada.

Tania: “Esta figura tiene dos pares de ángulos iguales”.

Biel: "Esta figura tiene dos ángulos obtusos".

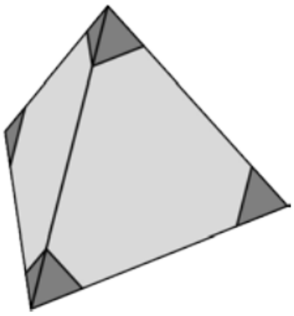
Mariana: "Esta figura tiene tres lados iguales".

Sacha: "Esta figura tiene exactamente dos lados paralelos".

¿Qué figura podría ser?

(A) Rectángulo   (B) Rombo   (C) Paralelogramo   (D) Trapecio isósceles   (E) Triángulo

5
Julio corta las cuatro esquinas de un tetraedro regular, como se muestra. ¿Cuántos vértices tiene la forma que queda?



(A) 8   (B) 9   (C) 11   (D) 12   (E) 15

6
Encarni tiene tres fichas marcadas con los números 1, 5 y 11, como se muestra en la imagen. Quiere colocarlos uno al lado del otro para formar un número de cuatro dígitos. ¿Cuántos números diferentes de cuatro dígitos puede formar?

(A) 3   (B) 4   (C) 6   (D) 8   (E) 9

7
Un frutero contiene cinco tipos de frutas:

A Ana le gusta .

A Bruno le gustan 

A Carmen le gustan 

A Diana le gustan 

A Eva le gustan 

La fruta se comparte para que cada uno reciba un tipo de fruta diferente y cada uno reciba un tipo de fruta que le guste.

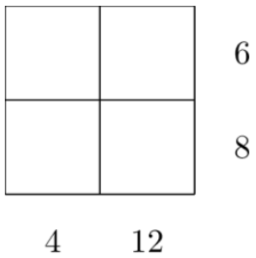
¿Quién recibe las  ?

(A) Ana (B) Bruno (C) Carmen (D) Diana (E) Eva

8
El aviso de restricción de peso en un ascensor indica que puede transportar 6 adultos o 15 niños. De acuerdo con estas restricciones de peso, ¿cuál es el mayor número de niños que pueden viajar en el ascensor con 4 adultos?

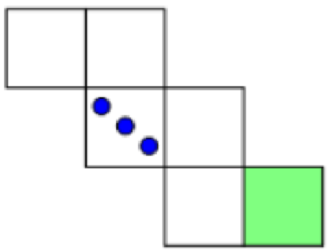
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9
Se colocan cuatro números enteros positivos diferentes en una cuadrícula 2×2 y luego se ocultan. El producto de los números enteros en cada fila y en cada columna se muestra en la figura. ¿Cuál es la suma de los cuatro números que se han colocado en la cuadrícula?



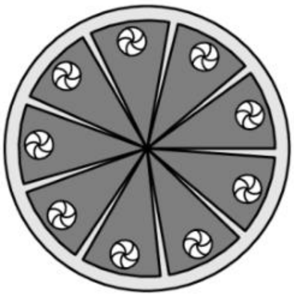
(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

10
¿Cuántos puntos puede haber en el cuadrado dibujado en verde, si la imagen representa el desarrollo de un dado estándar (el número total de puntos en los lados opuestos es siete)?



(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

11
Carina horneó un pastel y lo cortó en diez trozos iguales. Se comió un trozo y luego dispuso los trozos restantes de manera uniforme, como se muestra. ¿Cuál es la medida del ángulo que ha quedado entre cada dos piezas cualesquiera?

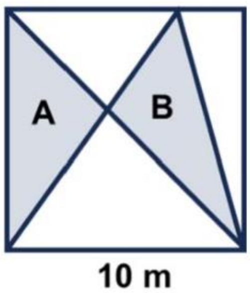


(A) 5º   (B) 4º   (C) 3º   (D) 2º   (E) 1º

12
Tenemos una cuadrícula de 2×7 pintada de blanco. Si pintamos un cuadrado de negro tenemos que pintar de gris todos los cuadrados vecinos que tengan un lado común con él. ¿Cuál es el número mínimo de cuadrados que tenemos que pintar de negro para que ningún cuadrado de la cuadrícula quede blanco?

(A) 3   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 7

13
Un cuadrado tiene una longitud de lado de 10 m y está dividido en partes por tres segmentos, como se muestra en la imagen. Las áreas de los dos triángulos sombreados son A y B. ¿Cuál es el valor de A-B?



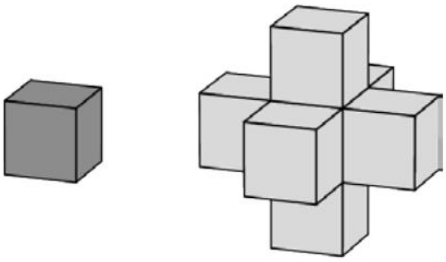
(A) 0 m²   (B) 1 m²   (C) 2 m²   (D) 5 m²   (E) 10 m²

14
La pingüina Paula va a pescar todos los días y siempre trae doce peces para sus dos polluelos. Cada día, le da al primer polluelo que ve, siete peces y al segundo cinco peces, que se comen. En los últimos días un polluelo ha comido 44 peces. ¿Cuántos se ha comido el otro polluelo?

(A) 34   (B) 40   (C) 46   (D) 52   (E) 58

15
José tenía una gran cantidad de cubos idénticos. Hizo la estructura de la derecha

tomando un solo cubo y luego pegando otro cubo en cada cara. Quiere hacer una estructura extendida de la misma manera para que cada cara de su estructura original tenga un cubo pegado. ¿Cuántos cubos adicionales necesitará para completar su estructura extendida?

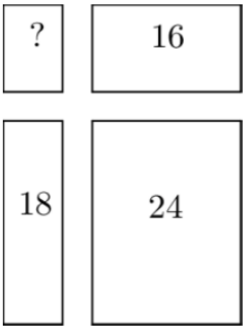


(A) 18   (B) 16   (C) 14   (D) 12   (E) 10

16
Un canguro sube una montaña y luego vuelve a bajar siguiendo la misma ruta. Alcanza tres veces la distancia con cada salto cuesta abajo que con cada salto cuesta arriba. En subida, recorre 1 metro por salto. En total, el canguro realiza 2024 saltos. ¿Cuál es el número total de metros que ha recorrido el canguro?

(A) 506 m   (B) 1012 m   (C) 2024 m   (D) 3036 m   (E) 4048 m

17
Gerardo corta un rectángulo grande en cuatro rectángulos más pequeños. Los perímetros de tres de estos rectángulos más pequeños son 16, 18 y 24, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el perímetro del cuarto rectángulo pequeño?



(A) 8   (B) 10   (C) 12   (D) 14   (E) 16

18
El agua constituye el 80 por ciento de los champiñones frescos. Sin embargo, el agua constituye sólo el 20 por ciento de los champiñones secos. ¿En qué porcentaje disminuye el peso del agua del champiñón durante el secado?

(A) 60 %   (B) 70 %   (C) 75 %   (D) 80 %   (E) 85 %

19
Teresa planea hacer en el suelo un mosaico cuadrado grande con un patrón repetitivo,

usando baldosas hexagonales y triangulares, dispuestas como se muestra en la imagen. Piensa que usará 3000 baldosas hexagonales para completar el mosaico. ¿Cuántas baldosas triangulares necesitará aproximadamente?

(A) 1000   (B) 1500   (C) 3000   (D) 6000   (E) 9000

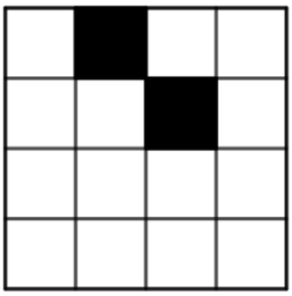
20
Se colocan nueve cartas numeradas del 1 al 9 boca abajo sobre la mesa. Aitana, Bartolomé, Clara y Dolores recogieron dos de las cartas cada uno.
Aitana dijo: "Mis números suman 6".
Bartolomé dijo "La diferencia entre mis números es 5".
Clara dijo "El producto de mis números es 18".
Dolores dijo: "Uno de mis números es el doble del otro".
Los cuatro dijeron la verdad. ¿Qué número quedó sobre la mesa?

(A) 1   (B) 3   (C) 6   (D) 8   (E) 9

21
Los dígitos del 0 al 9 se pueden dibujar con segmentos horizontales y verticales, como se muestra en la imagen siguiente: Gregorio elige tres dígitos diferentes. En total, sus dígitos tienen 5 segmentos horizontales y 10 segmentos verticales. ¿Cuál es la suma de los tres dígitos que ha elegido?

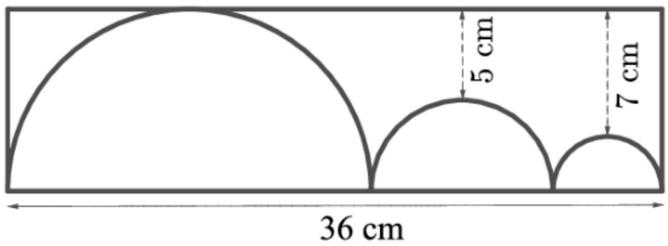
(A) 9   (B) 10   (C) 14   (D) 18   (E) 19

22
Julio quiere sombrear dos cuadrados más en la figura que se muestra para que el patrón resultante tenga un solo eje de simetría. ¿De cuántas maneras diferentes puede completar su patrón?



(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

23
La imagen muestra tres semicírculos dentro de un rectángulo cuya base mide 36 cm de longitud. El semicírculo del medio toca los otros dos semicírculos que, a su vez, tocan cada uno de un lado más corto del rectángulo. El semicírculo más grande también toca uno de los lados más largos del rectángulo. Las distancias más cortas desde ese lado del rectángulo hasta los otros dos semicírculos son 5 cm y 7 cm, respectivamente, como aparece en la imagen. ¿Cuál es el perímetro, en cm, del rectángulo?

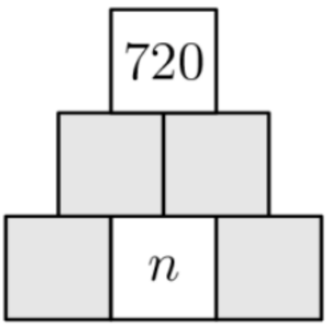


(A) 82 cm   (B) 92 cm   (C) 96 cm   (D) 108 cm   (E) 120 cm

24
Un grupo de 50 estudiantes se sientan en círculo. Lanzan una pelota alrededor del círculo. Cada estudiante que recibe la pelota se la lanza al sexto estudiante sentado en el sentido contrario a las agujas del reloj desde donde está sentado, quien la atrapa. Fernanda atrapa la pelota 100 veces. En ese tiempo, ¿cuántos estudiantes nunca logran atrapar la pelota?

(A) 0   (B) 8   (C) 10   (D) 25   (E) 40

25
Damián quiere completar la figura de modo que cada cuadro contenga el producto de los valores que se encuentran en los dos cuadros que están por debajo y cada cuadro contenga un número entero positivo. Quiere que el valor en el cuadro superior sea 720. ¿Cuántos valores diferentes puede tomar el número entero n?



(A) 1   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 7

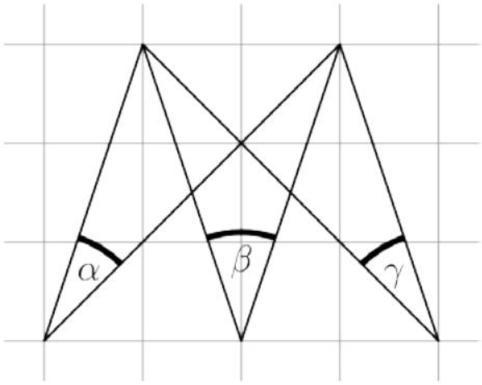
26
El granjero Felipe vende huevos de gallina y de pato. Tiene cestas con 4, 6, 12, 13, 22 y 29 huevos. Cada cesta contiene una combinación de ambos tipos de huevos. Su primer cliente compra todos los huevos de una de las cestas. Felipe se da cuenta de que la

cantidad de huevos de gallina que le quedan es el doble de la cantidad de huevos de pato. ¿Cuántos huevos compró el cliente?

(A) 4   (B) 12   (C) 13   (D) 22   (E) 29

27

Los tres ángulos α, β y γ están marcados en papel cuadriculado, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el valor de α + β + γ?



(A) 60º   (B) 70º   (C) 75º   (D) 90º   (E) 120º

28

Pedro y Matías jugaron varias partidas de ajedrez. El que perdía daba al otro jugador 10 caramelos. Ninguna partida terminó en tablas. Pedro ganó tres veces, aunque al final tenía 70 caramelos menos que al principio. ¿Cuántas partidas jugaron?

(A) 13   (B) 12   (C) 10   (D) 7   (E) 3

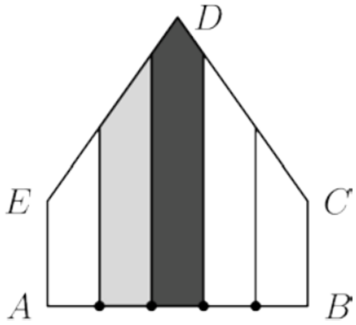
29

Alejandro conduce desde el punto A al punto B, regresando inmediatamente al punto A. Bartolomé conduce del punto B al punto A, luego regresa inmediatamente al punto B. Viajan por el mismo camino, comienzan al mismo tiempo y cada uno viaja a una velocidad constante. La velocidad de Alejandro es tres veces la velocidad de Bartolomé. Se cruzan por primera vez 15 minutos después de la salida. ¿Cuánto tiempo después de la salida se cruzarán por segunda vez?

(A) 20 min   (B) 25 min   (C) 30 min   (D) 35 min   (E) 45 min

30

En el pentágono ABCDE, ∠A = ∠B = 90º, AE = BC y ED = DC. En AB se marcan cuatro puntos equidistantes y se trazan perpendiculares a través de cada punto, como se muestra en la imagen. La región sombreada más oscura tiene un área de 13 cm² y la región sombreada más clara tiene un área de 10 cm² . ¿Cuál es el área, en cm² , de todo el pentágono?



(A) 45 cm²   (B) 47 cm²   (C) 49 cm²   (D) 58 cm²   (E) 60 cm²

Canguro N4 2024 Respuestas correctas

1	E
2	C
3	E
4	D
5	D
6	B
7	E
8	D
9	C
10	C
11	B
12	B
13	A
14	D
15	A
16	D
17	B
18	C
19	D
20	E
21	A
22	E
23	B
24	D
25	D
26	E
27	D
28	A
29	C
30	A

Canguro N4 2024 Enlace a los libros Toomates Cooleccíón

1	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.10
2	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.33
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.34
4	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.37
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.35
6	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.55
7	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	1.9
8	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.7.16
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.10
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.26
11	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.36
12	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.38
13	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.5.16
14	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.117
15	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.27
16	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.12
17	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.22
18	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.5.6
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.40
20	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.12
21	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.41
22	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.39
23	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.42
24	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.3.5
25	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.118
26	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.9.21
27	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	3.2.2
28	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.11
29	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.15
30	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.23

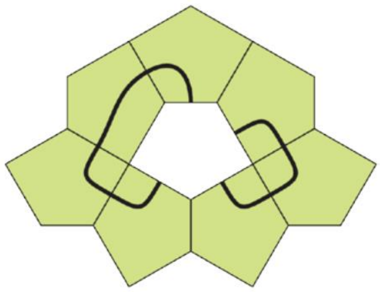
Canguro N4 2024 Soluciones desarrolladas

1
Tres niñas trajeron juguetes, al menos uno cada una. Ana aportó cinco más que Blanca y nueve más que Carmen. ¿ Cuál es el menor número de juguetes que pudieron traer entre las tres?

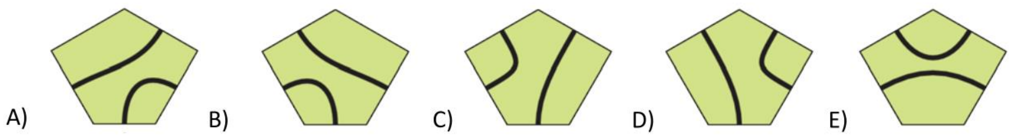
(A) 10   (B) 12   (C) 14   (D) 15   (E) 16

Ana debe traer, como mínimo, 10 juguetes. Luego Blanca puede llevar 5 y Carmen 1, que es la solución mínima. En total 16 (E).

2
La imagen está formada por piezas pentagonales del mismo tamaño.

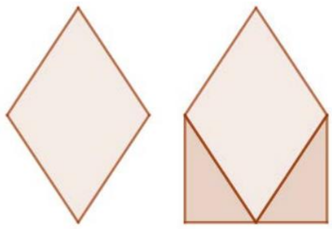


¿Cuál de las siguientes piezas se puede colocar en el hueco del centro para obtener dos curvas cerradas?



(C) Observando detalladamente las piezas.

3
Si al rombo de la primera figura le añadimos los dos triángulos en la parte inferior para obtener esta segunda figura, ¿en qué porcentaje ha aumentado el área en la nueva figura?



(A) 20%   (B) 25%   (C) 30%   (D) 40%   (E) 50%

Dividiendo el rombo en cuatro vemos que ha pasado de 4 a 6 triángulos rectángulos, luego ha aumentado en $2/4=1/2=50\%$ (E).

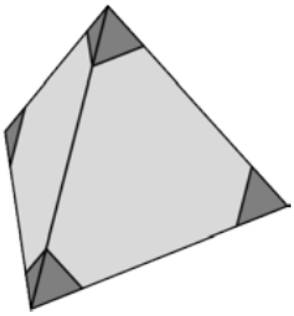
4
La maestra dibujó una figura geométrica en la pizarra y pidió a los estudiantes que nombraran una característica de la figura dibujada.
Tania: “Esta figura tiene dos pares de ángulos iguales”.

Biel: "Esta figura tiene dos ángulos obtusos".
Mariana: "Esta figura tiene tres lados iguales".
Sacha: "Esta figura tiene exactamente dos lados paralelos".
¿Qué figura podría ser?

(A) Rectángulo (B) Rombo (C) Paralelogramo (D) Trapecio isósceles (E) Triángulo

(E) La afirmación de Sacha descarta el resto de opciones.

5
Julio corta las cuatro esquinas de un tetraedro regular, como se muestra. ¿Cuántos vértices tiene la forma que queda?



(A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 15

Observando detenidamente la figura, 3×4=12 vértices (D).

6
Encarni tiene tres fichas marcadas con los números 1, 5 y 11, como se muestra en la imagen. Quiere colocarlos uno al lado del otro para formar un número de cuatro dígitos. ¿Cuántos números diferentes de cuatro dígitos puede formar?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

Hacemos el árbol y vemos que se producen repeticiones. Hay cuatro:
1511, 1115, 5111, 1151 (B)

7
Un frutero contiene cinco tipos de frutas:

, , ,  y .

A Ana le gusta .

A Bruno le gustan , ,  y .

A Carmen le gustan , ,  y .

A Diana le gustan ,  y .

A Eva le gustan  y .
La fruta se comparte para que cada uno reciba un tipo de fruta diferente y cada uno reciba un tipo de fruta que le guste.

¿Quién recibe las ?

(A) Ana   (B) Bruno   (C) Carmen   (D) Diana   (E) Eva

Ana se queda con la manzana, luego Eva se queda con las cerezas.

8
El aviso de restricción de peso en un ascensor indica que puede transportar 6 adultos o 15 niños. De acuerdo con estas restricciones de peso, ¿cuál es el mayor número de niños que pueden viajar en el ascensor con 4 adultos?

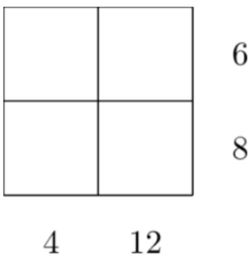
(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Mediante una regla de tres

$$\left.\begin{array}{l} 6a \leftrightarrow 15n \\ 4a \leftrightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow 4a = 10n$$

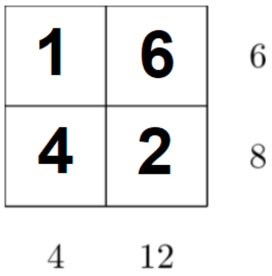
Luego $15n = 10n + 5n = 4a + 5n$, y por tanto con 4 adultos pueden ir 5 niños (D).

9
Se colocan cuatro números enteros positivos diferentes en una cuadrícula 2×2 y luego se ocultan. El producto de los números enteros en cada fila y en cada columna se muestra en la figura. ¿Cuál es la suma de los cuatro números que se han colocado en la cuadrícula?

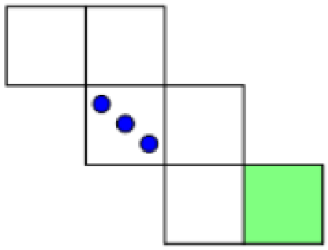


(A) 10   (B) 12   (C) 13   (D) 14   (E) 15

Por tanteo llegamos a la solución:



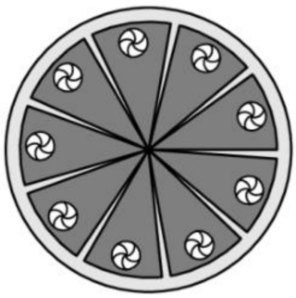
10
¿Cuántos puntos puede haber en el cuadrado dibujado en verde, si la imagen representa el desarrollo de un dado estándar (el número total de puntos en los lados opuestos es siete)?



(A) 1   (B) 2   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Es 4, porque son caras opuestas.

11
Carina horneó un pastel y lo cortó en diez trozos iguales. Se comió un trozo y luego dispuso los trozos restantes de manera uniforme, como se muestra. ¿Cuál es la medida del ángulo que ha quedado entre cada dos piezas cualesquiera?



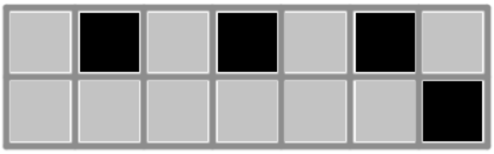
(A) 5º   (B) 4º   (C) 3º   (D) 2º   (E) 1º

$360^{\circ} \div 10 = 36^{\circ}$
$36^{\circ} \div 9 = 4^{\circ}$ (B)

12
Tenemos una cuadrícula de 2×7 pintada de blanco. Si pintamos un cuadrado de negro tenemos que pintar de gris todos los cuadrados vecinos que tengan un lado común con él. ¿Cuál es el número mínimo de cuadrados que tenemos que pintar de negro para que ningún cuadrado de la cuadrícula quede blanco?

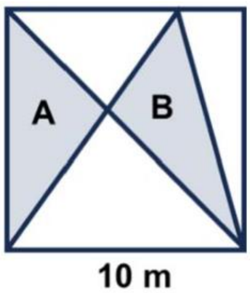
(A) 3   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 7

Vemos que necesitaremos pintar 4 de negro, con 3 no hay suficiente.



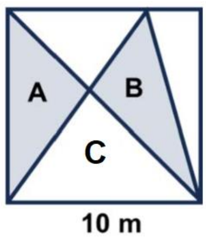
13

Un cuadrado tiene una longitud de lado de 10 m y está dividido en partes por tres segmentos, como se muestra en la imagen. Las áreas de los dos triángulos sombreados son A y B. ¿Cuál es el valor de A-B?



(A) 0 m²   (B) 1 m²   (C) 2 m²   (D) 5 m²   (E) 10 m²

Llamaremos C al triángulo blanco inferior.



Sabemos que triángulos que comparten una misma base y una misma altura tienen áreas iguales, luego

$$A + C = B + C \Rightarrow A = B \Rightarrow A - B = 0 \quad \text{(A)}$$

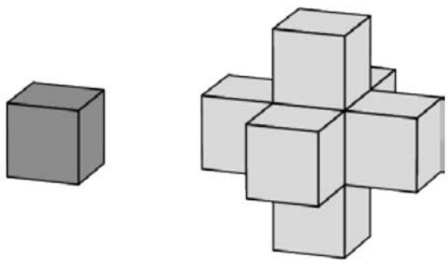
14

La pingüina Paula va a pescar todos los días y siempre trae doce peces para sus dos polluelos. Cada día, le da al primer polluelo que ve, siete peces y al segundo cinco peces, que se comen. En los últimos días un polluelo ha comido 44 peces. ¿Cuántos se ha comido el otro polluelo?

(A) 34   (B) 40   (C) 46   (D) 52   (E) 58

Tenemos $44 = 7x + 5y$, donde x es el número de días que este pingüino ha comido 7 peces e y es el número de días en que este pingüino ha comido 5 peces.
Mediante tanteo vemos que esta ecuación se resuelve con $x = 2$, $y = 6$, luego para el otro pingüino tendremos $7y + 5x = 7 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 52$ peces (D).

15
José tenía una gran cantidad de cubos idénticos. Hizo la estructura de la derecha tomando un solo cubo y luego pegando otro cubo en cada cara. Quiere hacer una estructura extendida de la misma manera para que cada cara de su estructura original tenga un cubo pegado. ¿Cuántos cubos adicionales necesitará para completar su estructura extendida?



(A) 18   (B) 16   (C) 14   (D) 12   (E) 10

Observando detalladamente la figura: 18 (A)

16
Un canguro sube una montaña y luego vuelve a bajar siguiendo la misma ruta. Alcanza tres veces la distancia con cada salto cuesta abajo que con cada salto cuesta arriba. En subida, recorre 1 metro por salto. En total, el canguro realiza 2024 saltos. ¿Cuál es el número total de metros que ha recorrido el canguro?

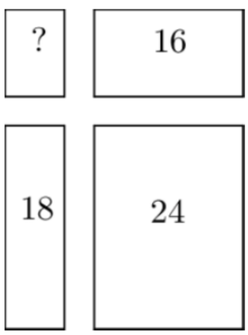
(A) 506 m   (B) 1012 m   (C) 2024 m   (D) 3036 m   (E) 4048 m

Sea x la cantidad de metros recorrida en un sentido. Tenemos que resolver la ecuación

$$x+\frac{x}{3}=2024 \Leftrightarrow 4x=3\cdot 2024 \Leftrightarrow x=1518$$

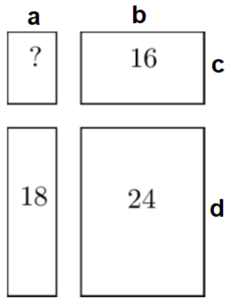
Luego el valor pedido es $1518\times 2=3036$ m (D).

17
Gerardo corta un rectángulo grande en cuatro rectángulos más pequeños. Los perímetros de tres de estos rectángulos más pequeños son 16, 18 y 24, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el perímetro del cuarto rectángulo pequeño?



(A) 8   (B) 10   (C) 12   (D) 14   (E) 16

Sean a, b, c y d los lados de los rectángulos, tal y como se muestra en la imagen siguiente:



Luego:

$$\left.\begin{array}{l} b+c=8 \\ b+d=12 \\ a+d=9 \end{array}\right\} \Rightarrow b+c-(b+d)+(a+d)=8-12+9 \Rightarrow c+a=5 \Rightarrow 2(c+a)=10 \text{ (B)}$$

18

El agua constituye el 80 por ciento de los champiñones frescos. Sin embargo, el agua constituye sólo el 20 por ciento de los champiñones secos. ¿En qué porcentaje disminuye el peso del agua del champiñón durante el secado?

(A) 60 %   (B) 70 %   (C) 75 %   (D) 80 %   (E) 85 %

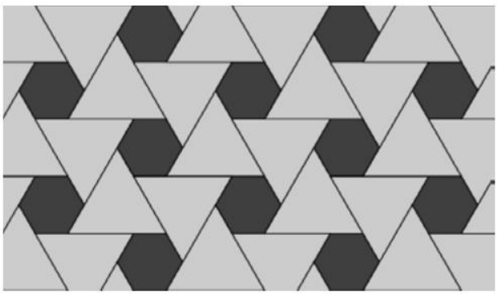
Supongamos que un champiñón tiene 80 gramos de agua y 20 gramos de residuo sólido. Después del proceso de secado, el residuo sólido permanecerá intacto: 20 gramos, y sabemos que el agua es el 20% del total. Para calcular cuantos gramos x de agua habrá resolvemos la siguiente ecuación:

$x=\frac{20}{100}(20+x) \Rightarrow 100x=400+20x \Rightarrow 80x=400 \Rightarrow x=\frac{400}{80}=5$ gramos.

Así pues, en el proceso de secado se han perdido $80-5=75$ gramos de agua, sobre un total de 100 gramos de peso, lo que corresponde a un 75 % del peso del champiñón.

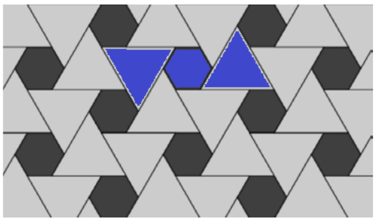
19

Teresa planea hacer en el suelo un mosaico cuadrado grande con un patrón repetitivo, usando baldosas hexagonales y triangulares, dispuestas como se muestra en la imagen. Piensa que usará 3000 baldosas hexagonales para completar el mosaico. ¿Cuántas baldosas triangulares necesitará aproximadamente?



(A) 1000   (B) 1500   (C) 3000   (D) 6000   (E) 9000

Vemos que el patrón del mosaico se puede hacer repitiendo un hexágono con dos triángulos laterales, con lo que deducimos que habrá el doble de triángulos que de hexágonos. La respuesta es 6000 (D)



20
Se colocan nueve cartas numeradas del 1 al 9 boca abajo sobre la mesa. Aitana, Bartolomé, Clara y Dolores recogieron dos de las cartas cada uno.
Aitana dijo: "Mis números suman 6".
Bartolomé dijo "La diferencia entre mis números es 5".
Clara dijo "El producto de mis números es 18".
Dolores dijo: "Uno de mis números es el doble del otro".
Los cuatro dijeron la verdad. ¿Qué número quedó sobre la mesa?

(A) 1   (B) 3   (C) 6   (D) 8   (E) 9

La afirmación de Clara solo deja dos posibilidades: { 2, 9} o { 3, 6}.
Probando con la primera no llegamos a ningún resultado válido.
Con la segunda, especulando con Aitana {1, 5}, Dolores debe ser {4, 8}, y Bartolomé {2 , 7}, luego el número no cogido por ninguno de los cuatro es 9 (E).

21
Los dígitos del 0 al 9 se pueden dibujar con segmentos horizontales y verticales, como se muestra en la imagen siguiente: Gregorio elige tres dígitos diferentes. En total, sus dígitos tienen 5 segmentos horizontales y 10 segmentos verticales. ¿Cuál es la suma de los tres dígitos que ha elegido?

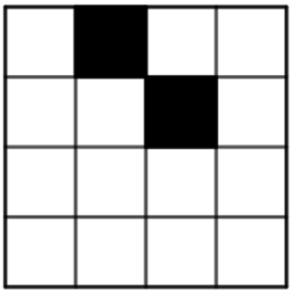
(A) 9   (B) 10   (C) 14   (D) 18   (E) 19

Contamos los segmentos horizontales y verticales:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H	2	0	3	3	1	3	3	1	3	3
V	4	2	2	2	3	2	3	2	4	3

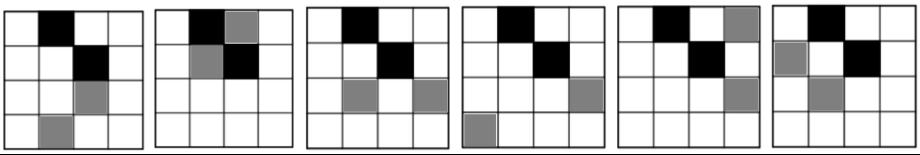
vemos que hay muy pocas combinaciones de tres dígitos diferentes cuyos segmentos horizontales sumen 5. Una de ellas es 5=2+0+3.
El 2 solo puede venir del dígito “0”. El 0 solo puede venir del dígito “1” y nos queda un dígito con 3 segmentos horizontales, que para que nos cuadre con los 10 segmentos verticales elegiremos el “8”.
Así pues, una combinación aceptable es “018”, cuya suma es 9 (A).

22
Julio quiere sombrear dos cuadrados más en la figura que se muestra para que el patrón resultante tenga un solo eje de simetría. ¿De cuántas maneras diferentes puede completar su patrón?



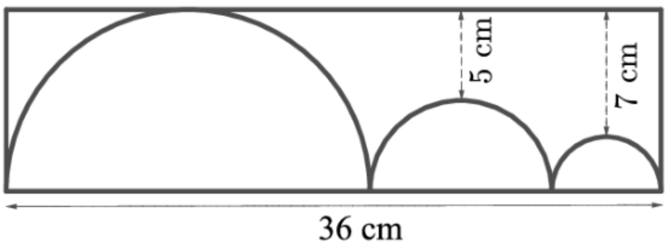
(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Hay seis maneras de hacerlo:



23

La imagen muestra tres semicírculos dentro de un rectángulo cuya base mide 36 cm de longitud. El semicírculo del medio toca los otros dos semicírculos que, a su vez, tocan cada uno de un lado más corto del rectángulo. El semicírculo más grande también toca uno de los lados más largos del rectángulo. Las distancias más cortas desde ese lado del rectángulo hasta los otros dos semicírculos son 5 cm y 7 cm, respectivamente, como aparece en la imagen. ¿Cuál es el perímetro, en cm, del rectángulo?



(A) 82 cm   (B) 92 cm   (C) 96 cm   (D) 108 cm   (E) 120 cm

Sea x la altura del rectángulo. Los radios de las circunferencias son x, x-5 y x-7, con lo que podemos plantear la ecuación

$2x+2(x-5)+2(x-7)=36 \rightarrow x=10$

y el perímetro será $2(36+10)=92$ (B)

24

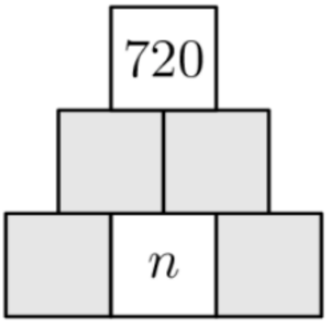
Un grupo de 50 estudiantes se sientan en círculo. Lanzan una pelota alrededor del círculo. Cada estudiante que recibe la pelota se la lanza al sexto estudiante sentado en el sentido contrario a las agujas del reloj desde donde está sentado, quien la atrapa. Fernanda atrapa la pelota 100 veces. En ese tiempo, ¿cuántos estudiantes nunca logran atrapar la pelota?

(A) 0   (B) 8   (C) 10   (D) 25   (E) 40

$mcm(50, 6)=150$ esto quiere decir que, desde la primera vez que Fernanda atrapa la pelota hasta la segunda vez que la atrapa, la pelota habrá pasado por encima de 150

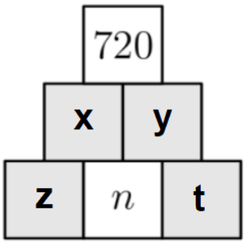
estudiantes. De estas 150, la habrán atrapado $150 \div 6 = 25$ personas. Y la pelota da $150 \div 50 = 3$ vueltas.
Desde la segunda vez que Fernanda atrapa la pelota hasta la tercera vez, la atraparán estas mismas 25 personas, y así siempre.
Luego el número de personas que no atrapa la pelota será 50-25=25 personas.

25
Damián quiere completar la figura de modo que cada cuadro contenga el producto de los valores que se encuentran en los dos cuadros que están por debajo y cada cuadro contenga un número entero positivo. Quiere que el valor en el cuadro superior sea 720. ¿Cuántos valores diferentes puede tomar el número entero n?



(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Llamaremos x, y, z, t a las casillas de la figura, tal y como aparece en la siguiente imagen:



Entonces
$720 = xy = znnt = zn^2t$, por lo que n^2 es un cuadrado perfecto dentro de la factorización de $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$. Las únicas posibilidades son
$n^2 = 3^2$, $n^2 = 4^2$, $n^2 = 2^2$, $n^2 = 1^2$, $n^2 = (2 \cdot 3)^2$, $n^2 = (4 \cdot 3)^2$, seis en total (D).

26
El granjero Felipe vende huevos de gallina y de pato. Tiene cestas con 4, 6, 12, 13, 22 y 29 huevos. Cada cesta contiene una combinación de ambos tipos de huevos. Su primer cliente compra todos los huevos de una de las cestas. Felipe se da cuenta de que la cantidad de huevos de gallina que le quedan es el doble de la cantidad de huevos de pato. ¿Cuántos huevos compró el cliente?

(A) 4 (B) 12 (C) 13 (D) 22 (E) 29

$4 + 6 + 12 + 13 + 22 + 29 = 86$ huevos en total antes de la venta.
Sea x la cantidad de huevos en la cesta que ha comprado el primer cliente.

$$86 - x = g + p = 2p + p = 3p$$

Luego $86-x$ es múltiple de 3.

$86-4=82$ descartado

$86-6=80$ descartado

$86-12=74$ descartado

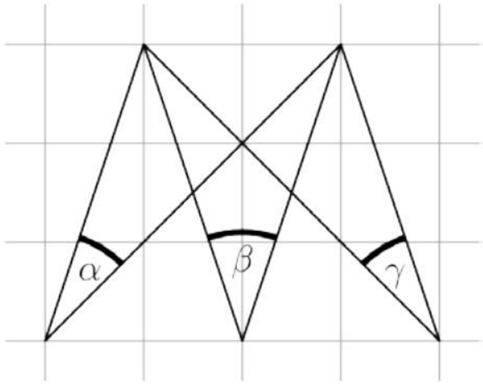
$86-22=64$ descartado

$86-29=57$ aceptable.

La única opción válida es 29 (E).

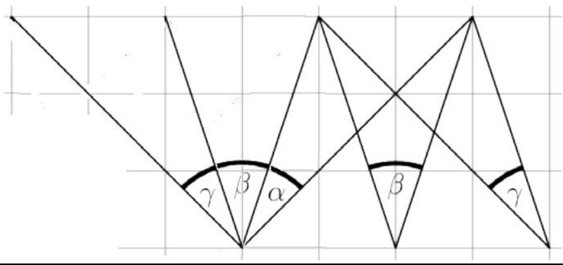
27

Los tres ángulos α, β y γ están marcados en papel cuadriculado, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el valor de α + β + γ?



(A) 60º (B) 70º (C) 75º (D) 90º (E) 120º

Basta colocar los ángulos β y γ a la izquierda del ángulo α para observar que, juntos, forman un ángulo de 90º (D):



28

Pedro y Matías jugaron varias partidas de ajedrez. El que perdía daba al otro jugador 10 caramelos. Ninguna partida terminó en tablas. Pedro ganó tres veces, aunque al final tenía 70 caramelos menos que al principio. ¿Cuántas partidas jugaron?

(A) 13 (B) 12 (C) 10 (D) 7 (E) 3

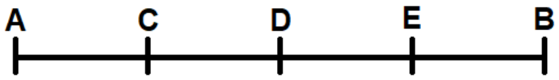
Sea x el número de partidas. Luego Pedro ganó 3 partidas y perdió $x-3$, y por tanto
$10\cdot 3-10(x-3)=-70 \Rightarrow 30-10x+30=-70 \Rightarrow 60-10x=-70 \Rightarrow x=13$

29

Alejandro conduce desde el punto A al punto B, regresando inmediatamente al punto A. Bartolomé conduce del punto B al punto A, luego regresa inmediatamente al punto B. Viajan por el mismo camino, comienzan al mismo tiempo y cada uno viaja a una velocidad constante. La velocidad de Alejandro es tres veces la velocidad de Bartolomé. Se cruzan por primera vez 15 minutos después de la salida. ¿Cuánto tiempo después de la salida se cruzarán por segunda vez?

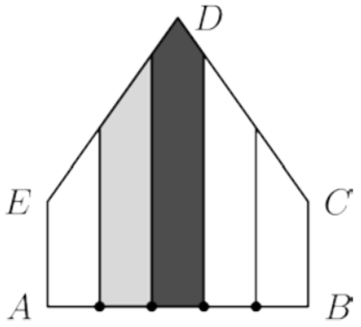
(A) 20 min (B) 25 min (C) 30 min (D) 35 min (E) 45 min

Si la velocidad de Alejandro es tres veces la de Bartolomé, en un mismo tiempo Alejandro recorrerá tres veces el espacio que recorre Bartolomé. Por lo tanto, si dividimos el recorrido AB en cuatro segmentos con los puntos C, D y E:



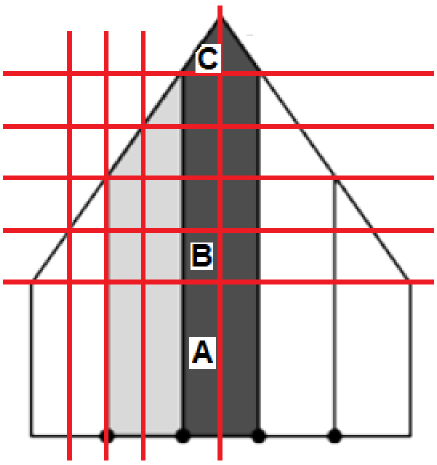
Vemos que se encontrarán en el punto E (Alejandro avanzando de A a E y Bartolomé avanzando de B a E).
La misma unidad de tiempo después, Alejandro habrá recorrido tres trayectos más, es decir, EB y de vuelta BD, y se encontrará en el punto D, mientras que Bartolomé habrá avanzado un trayecto más, de E a D, luego ambos se volverán a encontrar en el punto D, y han pasado 15+15=30 minutos (C).

30
En el pentágono ABCDE, ∠A = ∠B = 90º, AE = BC y ED = DC. En AB se marcan cuatro puntos equidistantes y se trazan perpendiculares a través de cada punto, como se muestra en la imagen. La región sombreada más oscura tiene un área de 13 cm² y la región sombreada más clara tiene un área de 10 cm² . ¿Cuál es el área, en cm² , de todo el pentágono?



(A) 45 cm² (B) 47 cm² (C) 49 cm² (D) 58 cm² (E) 60 cm²

Vamos a “trocear” la figura con líneas verticales y horizontales tal y como se muestra en la imagen siguiente:



Vemos que podemos descomponer la figura en rectángulos grandes A, en rectángulos pequeños B y en triángulos rectángulos C, sabiendo además que dos triángulos rectángulos C forman un rectángulo B.

Las condiciones del enunciado se convierten así en un sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 2A+8B+B=13 \\ 2A+5B+B=10 \end{cases}$$

cuya solución es $A=2, B=1$

La figura completa se puede expresar como

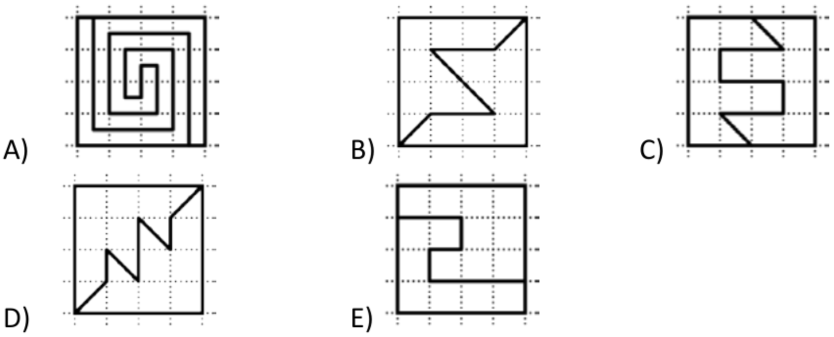
$$2\left(5A+10B+5\frac{B}{2}\right)=2\left(10+10+\frac{5}{2}\right)=45 \text{ (A)}$$

Canguro N5 2024 Enunciados

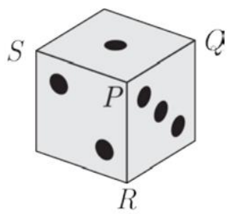
1
En la pasada edición del Canguro matemático Francisco obtuvo un número entero como calificación. Sabemos que contestó todas las preguntas, y dos de los bloques los hizo perfectos, el otro bloque lo contestó a medias. ¿Qué puntuación final obtuvo en la prueba?
Recuerda que las preguntas del primer bloque valen 3 puntos, 4 puntos las del segundo bloque y 5 las del tercero, restando un cuarto del valor de cada pregunta si responde mal y que como puntuación de inicio todos parten con 30 puntos.

(A) 120 (B) 125 (C) 130 (D) 135 (E) Ninguno de los anteriores

2
¿Qué cuadrado está dividido en dos partes que no tienen la misma forma?



3
El número de puntos en las caras opuestas de un dado suma 7. El vértice etiquetado con P en el dado está formado por las caras con 1, 2 y 3 puntos. La suma de sus vértices es la suma del número de puntos de aquellas caras que se encuentran en una esquina determinada. La suma de los vértices de P es 1 + 2 + 3, que es 6. ¿Cuál de los siguientes valores será la mayor de las sumas de los vértices Q, R y S?

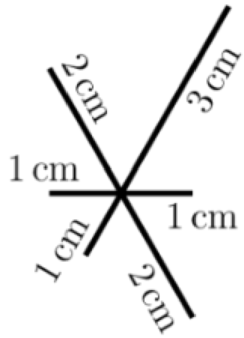


(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

4
Un juego de saltos se juega de la siguiente manera: cada jugador salta dentro de los cuadrados, alternando entre el pie izquierdo, ambos pies, el pie derecho, ambos pies, el pie izquierdo, ambos pies, y así sucesivamente como se muestra en la imagen. María jugó y saltó exactamente 48 casillas comenzando con su pie izquierdo. ¿Cuántas veces tocó el suelo su pie izquierdo?

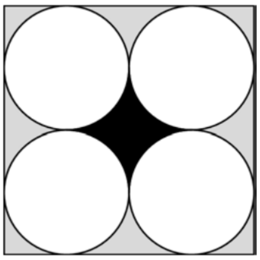
(A) 12   (B) 24   (C) 36   (D) 40   (E) 48

5
Tomás quiere dibujar la figura que se muestra en la imagen, sin levantar el lápiz. Se dan las longitudes de los segmentos. ¿Cuál es la distancia total más corta que debe recorrer si puede elegir el punto de partida?



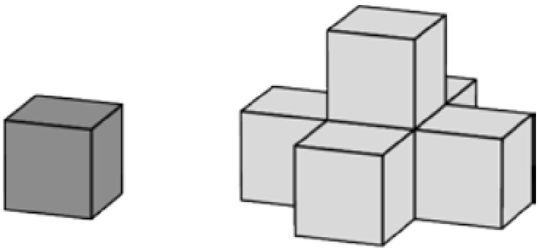
(A) 14 cm   (B) 15 cm   (C) 16 cm   (D) 17 cm   (E) 18 cm

6
La siguiente imagen muestra un mosaico de forma cuadrada, con cuatro círculos de igual área y una zona central con arena en el suelo. ¿Cuál es la razón entre el área central que tiene arena y el área gris?



(A) 1/4   (B) 1/3   (C) 2/3   (D) 3/4   (E) π

7
Juan construye una secuencia de pirámides sobre una mesa empezando por un cubo. Hace la primera pirámide añadiendo 5 cubos que ocultan las caras visibles del cubo inicial, como se muestra en la imagen. ¿Cuántos cubos necesita para hacer la segunda pirámide, ocultando las caras de la de la primera pirámide?

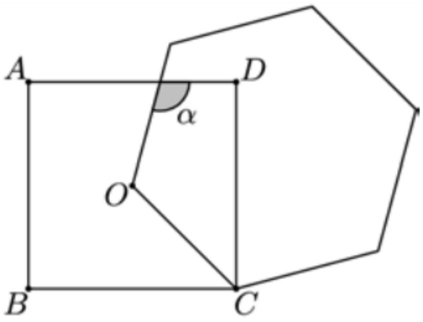


(A) 8   (B) 9   (C) 10   (D) 13   (E) 19

8
Un número palíndromo de tres cifras tiene la forma 'aba', donde las cifras a y b pueden ser iguales o diferentes. ¿Cuál es la suma de los dígitos del mayor palíndromo de tres cifras que también es múltiplo de 6?

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 24

9
Dibujamos un cuadrado con vértices A, B, C, D y un hexágono regular de lado OC, donde O es el centro del cuadrado. ¿Cuál es la medida del ángulo α?

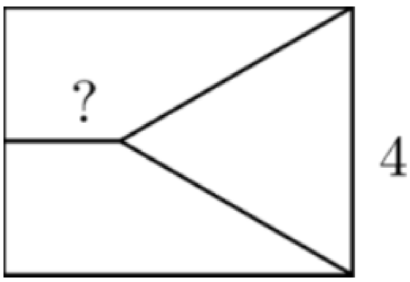


(A) 105º (B) 110º (C) 115º (D) 120º (E) 125º

10
Andrés delimita un campo rectangular con 40 m de valla. Las longitudes de los lados del campo son números primos. ¿Cuál es la superficie máxima posible del campo?

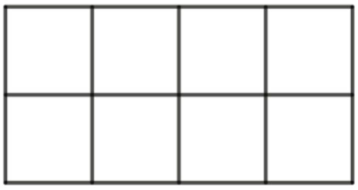
(A) 99 m² (B) 96 m² (C) 91 m² (D) 84 m² (E) 51 m²

11
Un rectángulo se divide en tres regiones de igual superficie. Una de las regiones es un triángulo equilátero de 4 cm de lado, las otras dos son trapecios, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la longitud del menor de los lados paralelos del trapecio?



(A) √2 (B) √3 (C) 2 √2 (D) 3 (E) 2√3

12
Elena coloca las letras mayúsculas A, B, C y D en la tabla de 2×4 que se muestra en la figura. Quiere asegurarse de que en cada una de sus filas y en cada uno de los tres cuadrados más pequeños de 2 × 2 cada una de las letras aparezca una sola vez. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?



(A) 12   (B) 24   (C) 48   (D) 96   (E) 198

13
Sandra recorta tres círculos de tres trozos diferentes de cartulinas de colores. Los coloca uno encima del otro, como se muestra en la figura 1. A continuación, mueve los círculos de modo que los 3 círculos sean tangentes entre sí, como se muestra en la figura 2. En la primera figura, el área de la región negra visible es siete veces el área del círculo blanco. ¿Cuál es la relación entre las áreas de las regiones negras visibles en las figuras?

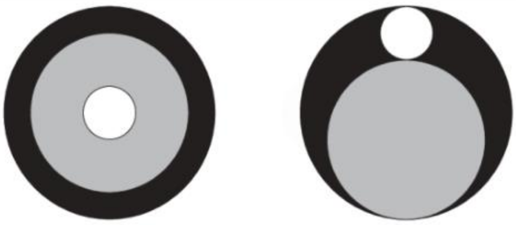


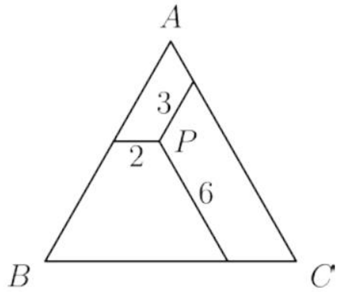
Fig 1   Fig 2

(A) 3:1   (B) 4:3   (C) 6:5   (D) 7:6   (E) 9:7

14
La hija de María dio a luz hoy a una niña. Dentro de dos años, el producto de las edades de María, su hija y su nieta será igual a 2024. Las edades de María y su hija son números pares. ¿Qué edad tiene María ahora?

(A) 42   (B) 44   (C) 46   (D) 48   (E) 50

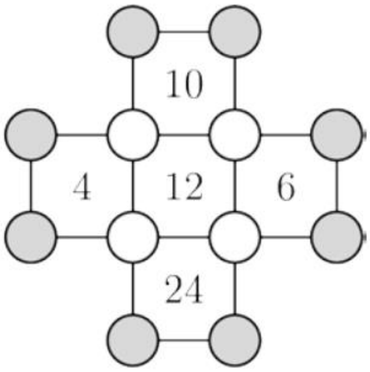
15
Se elige un punto P dentro de un triángulo equilátero. Desde P dibujamos tres segmentos paralelos a los lados, como se muestra en la imagen. Las longitudes de los segmentos son 2 m, 3 m y 6 m, ¿cuál es el perímetro del triángulo?



(A) 22 m   (B) 26 m   (C) 33 m   (D) 39 m   (E) 44 m

16
Se escribe un número en cada uno de los doce círculos que se muestran. El número

dentro de cada cuadrado indica el producto de los números de sus cuatro vértices. ¿Cuál es el producto de los números de los ocho círculos grises?



(A) 20   (B) 40   (C) 80   (D) 120   (E) 480

17
Sobre la mesa hay cuatro jarrones en los que se han colocado varios dulces. La cantidad de dulces en el primer jarrón es la cantidad de jarrones que contienen un dulce. La cantidad de dulces en el segundo jarrón es la cantidad de jarrones que contienen dos dulces. La cantidad de dulces en el tercer jarrón es la cantidad de jarrones que contienen tres dulces. La cantidad de dulces en el cuarto jarrón es la cantidad de jarrones que no contienen dulces. ¿Cuántos dulces hay en todos los jarrones juntos?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

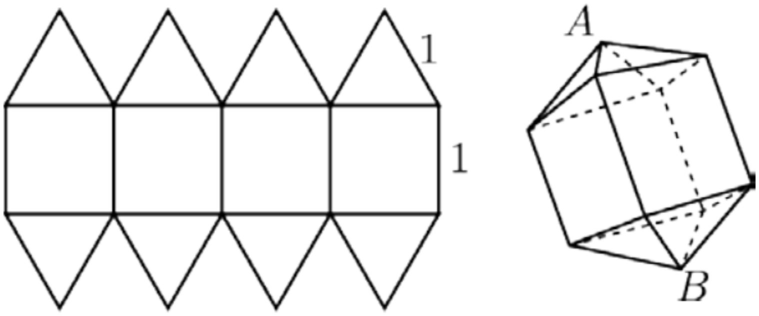
18
Juan Felipe tiene n^3 cubos pequeños iguales. Los usa para hacer un cubo grande en el que pinta toda la superficie exterior del cubo grande. El número de cubos pequeños con una sola cara pintada es igual al número de los que no tienen ninguna cara pintada. ¿Cuál es el valor de n?

(A) 4   (B) 6   (C) 7   (D) 8   (E) 10

19
Cristina tiene un juego de cartas numeradas del 1 al 12. Coloca ocho de ellas en los vértices de un octógono de tal manera que la suma de cada par de números que comparten un lado sea múltiplo de 3. ¿Qué números no colocó Cristina?

(A) 1, 5, 9, 12   (B) 3, 5, 7, 9   (C) 1, 2, 11, 12   (D) 5, 6, 7, 8   (E) 3, 6, 9, 12

20
Pedro hace un desarrollo usando una combinación de cuadrados y triángulos como se muestra en la figura. Las longitudes de los lados del cuadrado y del triángulo miden 1 cm. Dobla el desarrollo hasta darle la forma 3D que también se muestra en la imagen de la derecha. ¿Cuál es la distancia entre los vértices A y B?



(A) √5   (B) 1+√2   (C) 5/2   (D) 1+√3   (E) 2√2

21
La factorización en números primos del número. n! = 1·2 · · · (n-1)·n, es de la forma que se muestra en la imagen. Los números primos se escriben en orden creciente. La tinta ha cubierto algunos de los números. ¿Cuál es el exponente que tiene el número 17?

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

22
Carlos dice la verdad un día, miente al día siguiente, vuelve a decir la verdad al tercer día, y así sucesivamente. Un día, hizo exactamente cuatro de las cinco declaraciones siguientes. ¿Cuál no podría haber hecho en este día?

(A) Mentí ayer y mentiré mañana.
(B) Estoy diciendo la verdad hoy y diré la verdad mañana.
(C) 2024 es divisible por 11.
(D) Ayer fue miércoles.
(E) Mañana será sábado.

23
La suma de los dígitos del número N es tres veces la suma de los dígitos del número N+1. ¿Cuál es la suma más pequeña posible de los dígitos de N?

(A) 3   (B) 9   (C) 12   (D) 15   (E) 27

24
Julia tiene algunos cubos de una unidad de lado, cuyo color puede ser negro, gris o blanco. Utiliza 27 de ellos para construir un cubo de 3×3×3. Quiere que la superficie sea exactamente un tercio negra, un tercio gris y un tercio blanca. Si A representa el menor número posible de cubos negros que puede utilizar y B representa el mayor número posible de cubos negros que puede utilizar en su construcción, ¿cuál es el valor de B - A?

(A) 1   (B) 3   (C) 6   (D) 7   (E) 9

25
Ana ha lanzado un dado normal 24 veces. Todos los números del 1 al 6 han salido al menos una vez. El número 1 ha salido más veces que cualquier otro número. Ana ha sumado todos los números. ¿Cuál es la suma máxima que ha podido obtener?

(A) 83 (B) 84 (C) 89 (D) 90 (E) 100

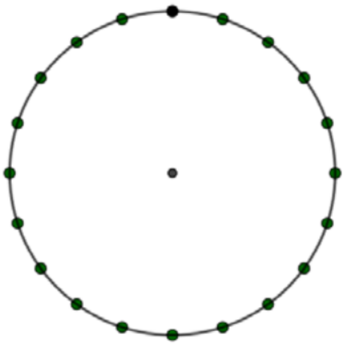
26
Olga caminó por el parque. Caminó la mitad del tiempo total a una velocidad de 2 km/h. Caminó la mitad de la distancia total a una velocidad de 3 km/h. Caminó el resto del tiempo a una velocidad de 4 km/h. ¿Durante qué fracción del tiempo total caminó a una velocidad de 4 km/h?

(A) 1/14 (B) 1/12 (C) 1/7 (D) /5 (E) 1/4

27
Aníbal ha separado los números enteros del 1 al 25 en dos grupos. Después ha quitado algunos enteros de los grupos para que los productos de los números de cada grupo sean iguales. ¿Cuál es el mínimo de números que Aníbal puede eliminar.

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

28
Veinte puntos están equidistantes en una circunferencia. ¿Cuántas cuerdas se pueden trazar que conecten pares de estos puntos y que sean más largas que el radio del círculo pero más cortas que su diámetro?

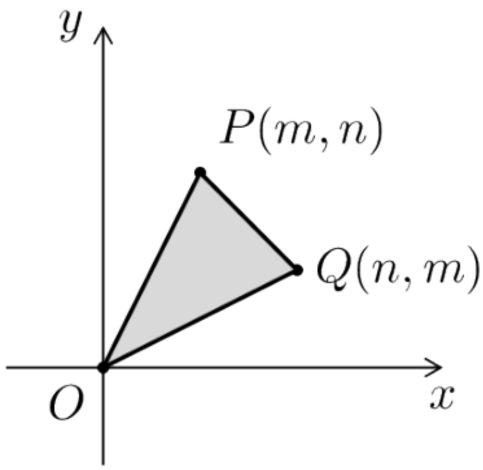


(A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160

29
Tiré seis dados a la vez. No saqué un número diferente en cada dado. Pero tampoco saqué seis del mismo número. Cuando multipliqué los números que salieron, obtuve un número mayor que 15.000, que no era divisible por cuatro. ¿Cuál fue la suma de los números que salieron al tirar los dados?

(A) 21 (B) 30 (C) 31 (D) 33 (E) 35

30
Supongamos que m y n son números enteros con 0 < m < n. Sean P = (m, n), Q = (n, m), y O = (0, 0). ¿Para cuántos pares de valores m y n, el área del triángulo OPQ será igual a 2024?



(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Canguro N5 2024 Respuestas correctas

1	B
2	E
3	D
4	C
5	B
6	B
7	D
8	E
9	A
10	C
11	B
12	B
13	D
14	B
15	C
16	B
17	C
18	D
19	E
20	B
21	C
22	C
23	C
24	D
25	D
26	A
27	B
28	C
29	C
30	B

Canguro N5 2024 Localización de los problemas en la biblioteca Toomates

1	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	1.1.60
2	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.26
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.50
4	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.52
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.51
6	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.30
7	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.25
8	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	4.9.20
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	3.3.2
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	5.1.6
11	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.21
12	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.54
13	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.31
14	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.115
15	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	3.3.3
16	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.65
17	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.11
18	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.6.10
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.66
20	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.3.11
21	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.116
22	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	1.8
23	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	1.1.14
24	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.13
25	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.53
26	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.1.13
27	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	5.2.24
28	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.27
29	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.63
30	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.111

Canguro N5 2024 Soluciones desarrolladas.

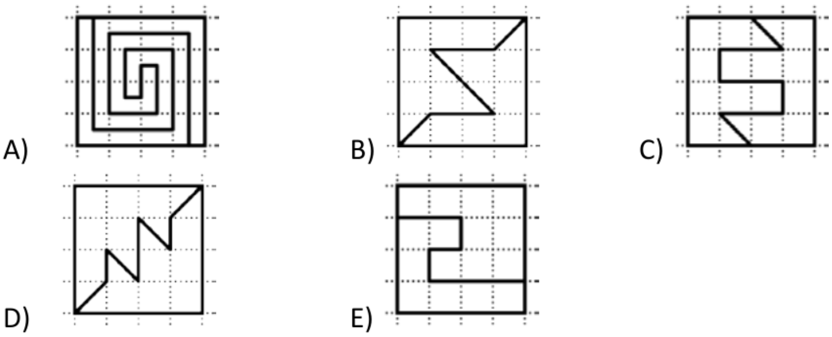
1
En la pasada edición del Canguro matemático Francisco obtuvo un número entero como calificación. Sabemos que contestó todas las preguntas, y dos de los bloques los hizo perfectos, el otro bloque lo contestó a medias. ¿Qué puntuación final obtuvo en la prueba?
Recuerda que las preguntas del primer bloque valen 3 puntos, 4 puntos las del segundo bloque y 5 las del tercero, restando un cuarto del valor de cada pregunta si responde mal y que como puntuación de inicio todos parten con 30 puntos.

(A) 120 (B) 125 (C) 130 (D) 135 (E) Ninguno de los anteriores

Las preguntas incorrectas tienen que venir forzosamente del bloque segundo, para que al restar 1/4 del valor dé un número entero. Así pues, la puntuación será

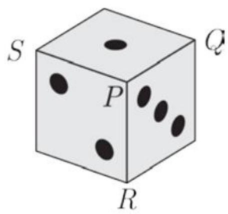
$$30+10\cdot 3+10\cdot 5+5\cdot 4-5\cdot\frac{4}{4}=30+30+50+20-5=125 \quad \text{(B)}$$

2
¿Qué cuadrado está dividido en dos partes que no tienen la misma forma?



(E) observando detenidamente las figuras.

3
El número de puntos en las caras opuestas de un dado suma 7. El vértice etiquetado con P en el dado está formado por las caras con 1, 2 y 3 puntos. La suma de sus vértices es la suma del número de puntos de aquellas caras que se encuentran en una esquina determinada. La suma de los vértices de P es 1 + 2 + 3, que es 6. ¿Cuál de los siguientes valores será la mayor de las sumas de los vértices Q, R y S?



(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

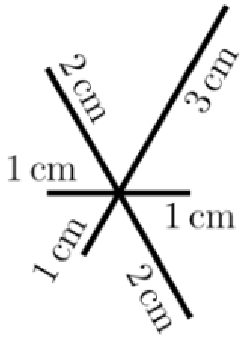
La mayor suma se obtendrá en el vértice R si la cara oculta inferior es igual a 6, en cuyo caso será 2+3+6=11 (D)

4
Un juego de saltos se juega de la siguiente manera: cada jugador salta dentro de los cuadrados, alternando entre el pie izquierdo, ambos pies, el pie derecho, ambos pies, el pie izquierdo, ambos pies, y así sucesivamente como se muestra en la imagen. María jugó y saltó exactamente 48 casillas comenzando con su pie izquierdo. ¿Cuántas veces tocó el suelo su pie izquierdo?

(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 40 (E) 48

Vemos que hay bloques de cuatro saltos. María realizará $48 \div 4 = 12$ bloques, y en cada bloque tocará tres veces el pie izquierdo. Por lo tanto el total será $12 \times 3 = 36$ veces (C).

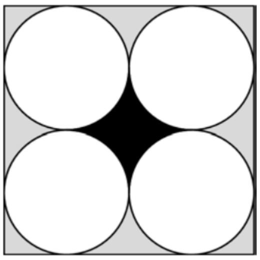
5
Tomás quiere dibujar la figura que se muestra en la imagen, sin levantar el lápiz. Se dan las longitudes de los segmentos. ¿Cuál es la distancia total más corta que debe recorrer si puede elegir el punto de partida?



(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 16 cm (D) 17 cm (E) 18 cm

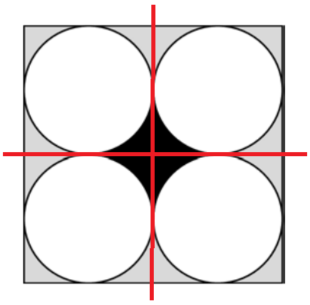
Está claro que deberá acabar (o empezar) en los más largos para ahorrar camino. Para el resto, forzosamente deberá pasar dos veces. Luego la longitud mínima será
$2 + 3 + 2(1 + 1 + 1 + 2) = 15$ (B)

6
La siguiente imagen muestra un mosaico de forma cuadrada, con cuatro círculos de igual área y una zona central con arena en el suelo. ¿Cuál es la razón entre el área central que tiene arena y el área gris?



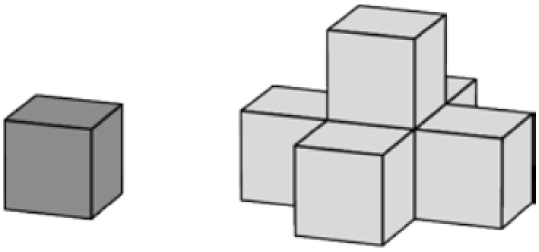
(A) 1/4 (B) 1/3 (C) 2/3 (D) 3/4 (E) π

Trazando un par de líneas auxiliares vemos que el área central es al área gris como 4/12=1/3 (B)



7

Juan construye una secuencia de pirámides sobre una mesa empezando por un cubo. Hace la primera pirámide añadiendo 5 cubos que ocultan las caras visibles del cubo inicial, como se muestra en la imagen. ¿Cuántos cubos necesita para hacer la segunda pirámide, ocultando las caras de la de la primera pirámide?



(A) 8   (B) 9   (C) 10   (D) 13   (E) 19

13 (D) por observación detenida de la figura.

8

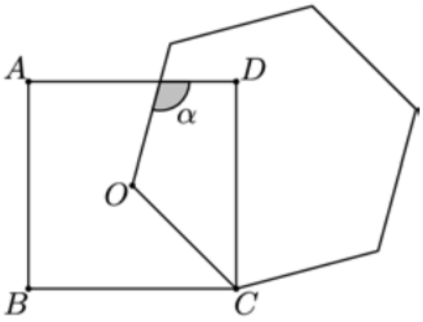
Un número palíndromo de tres cifras tiene la forma 'aba', donde las cifras a y b pueden ser iguales o diferentes. ¿Cuál es la suma de los dígitos del mayor palíndromo de tres cifras que también es múltiplo de 6?

(A) 16   (B) 18   (C) 20   (D) 21   (E) 24

Un número es múltiplo de 6 cuando lo es múltiplo de 2 y de 3. Si es múltiplo de 2, debe acabar en cifra par. La mayor cifra par es 8, luego será de la forma “8a8”.
Si es múltiple de 3 la suma de sus cifras será múltiplo de 3. Luego $8+a+8=16+a$ debe ser múltiple de 3. El mayor valor de a para que esto suceda es $a=8$, luego el número es 888 y la suma de sus dígitos es 24 (E).

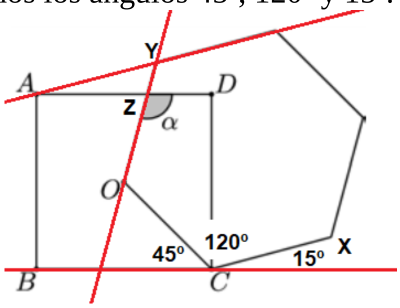
9

Dibujamos un cuadrado con vértices A, B, C, D y un hexágono regular de lado OC, donde O es el centro del cuadrado. ¿Cuál es la medida del ángulo α?



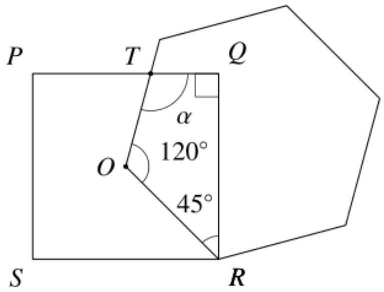
(A) 105º (B) 110º (C) 115º (D) 120º (E) 125º

Basta ir determinando ángulos.
Alrededor del punto C tenemos los ángulos 45º, 120º y 15º.



Luego $\angle ZAY = 15^{\circ}$ por paralelismo
$\angle AYZ = 60^{\circ}$ por paralelismo, y por tanto $\alpha = \angle AZY = 180^{\circ} - 15^{\circ} - 60^{\circ} = 105^{\circ}$

Observación. Otra manera de resolver este problema es deducir los ángulos internos del cuadrilátero TQRO, y deducir el cuatro ángulo interno sabiendo que suman 360º.



10
Andrés delimita un campo rectangular con 40 m de valla. Las longitudes de los lados del campo son números primos. ¿Cuál es la superficie máxima posible del campo?

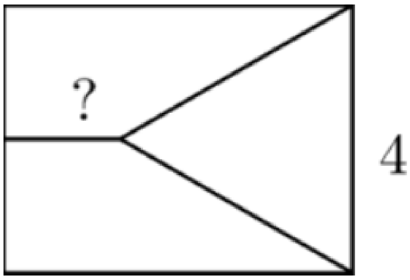
(A) 99 m² (B) 96 m² (C) 91 m² (D) 84 m² (E) 51 m²

Tenemos la igualdad $2p + 2q = 40 \Rightarrow p + q = 20$. Veamos los posibles casos:

$19 + 1 \Rightarrow A = 19$, $17 + 3 \Rightarrow A = 51$, $13 + 7 \Rightarrow A = 91$

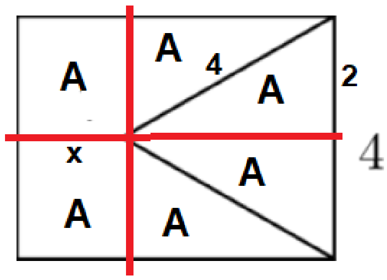
El área máxima es 91 m² (C)

11
Un rectángulo se divide en tres regiones de igual superficie. Una de las regiones es un triángulo equilátero de 4 cm de lado, las otras dos son trapecios, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la longitud del menor de los lados paralelos del trapecio?



(A) √2   (B) √3   (C) 2 √2   (D) 3   (E) 2√3

Trazamos algunas rectas auxiliares y vemos que podemos descomponer la figura en regiones todas con el mismo área:

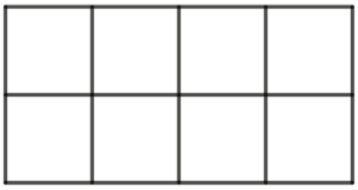


Los triángulos rectángulos tienen base $\sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$ y área $\dfrac{\sqrt{12} \cdot 2}{2} = \sqrt{12}$

Luego el rectángulo de la izquierda tendrá área $\sqrt{12} = 2x \Rightarrow x = \dfrac{\sqrt{12}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ (B)

12

Elena coloca las letras mayúsculas A, B, C y D en la tabla de 2×4 que se muestra en la figura. Quiere asegurarse de que en cada una de sus filas y en cada uno de los tres cuadrados más pequeños de 2 × 2 cada una de las letras aparezca una sola vez. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?



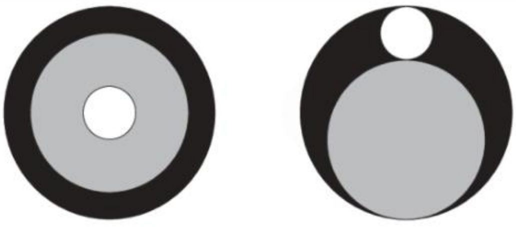
(A) 12   (B) 24   (C) 48   (D) 96   (E) 198

Las cuatro letras deben ir en la fila superior obligatoriamente. Una vez colocadas, vemos que las letras de la fila inferior quedan determinadas, sin posibilidad de cambios. Por ejemplo:

A	B	C	D
C	D	A	B

Así pues, la única libertad que tenemos es la de permutar las cuatro letras. En total habrán $4! = 24$ posibilidades (B).

13
Sandra recorta tres círculos de tres trozos diferentes de cartulinas de colores. Los coloca uno encima del otro, como se muestra en la figura 1. A continuación, mueve los círculos de modo que los 3 círculos sean tangentes entre sí, como se muestra en la figura 2. En la primera figura, el área de la región negra visible es siete veces el área del círculo blanco. ¿Cuál es la relación entre las áreas de las regiones negras visibles en las figuras?



(A) 3:1 (B) 4:3 (C) 6:5 (D) 7:6 (E) 9:7

En la figura 1 tenemos $N_1 = 7B$, y en la figura 2 tenemos $N_2 = N_1 - B$, pues mover la zona gris intermedia no afecta a las áreas. Luego:

$$N_2 = N_1 - B = 7B - B = 6B$$

y por tanto

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{7B}{6B} = \frac{7}{6} \quad \text{(D)}$$

14
La hija de María dio a luz hoy a una niña. Dentro de dos años, el producto de las edades de María, su hija y su nieta será igual a 2024. Las edades de María y su hija son números pares. ¿Qué edad tiene María ahora?

(A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

Dentro de dos años, está claro que la edad de la nieta es 2. Luego, dentro de dos años, tendremos la ecuación

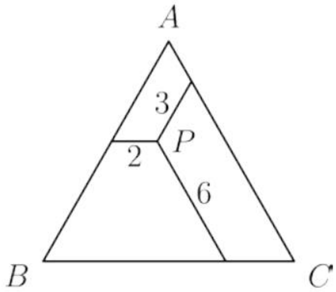
$$m \cdot h \cdot 2 = 2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23 \Rightarrow m \cdot h = 2^2 \cdot 11 \cdot 23$$

m y h deben ser pares, luego la única combinación aceptable con $m > h$ es:

$$m = 2 \cdot 23, \, h = 2 \cdot 11$$

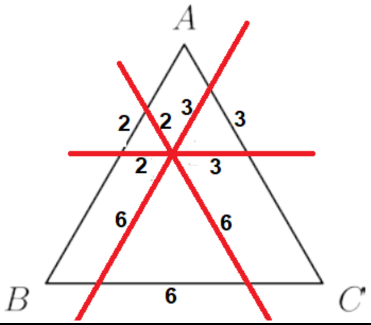
Dentro de dos años María tendrá 46 años, luego ahora tiene 44 años (B).

15
Se elige un punto P dentro de un triángulo equilátero. Desde P dibujamos tres segmentos paralelos a los lados, como se muestra en la imagen. Las longitudes de los segmentos son 2 m, 3 m y 6 m, ¿cuál es el perímetro del triángulo?

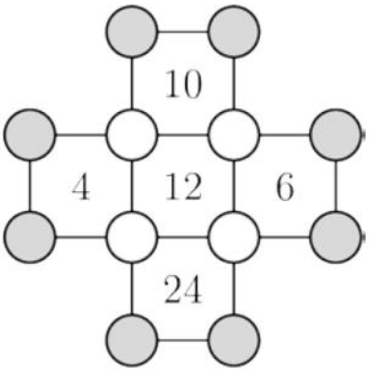


(A) 22 m   (B) 26 m   (C) 33 m   (D) 39 m   (E) 44 m

Trazando rectas paralelas a los lados por el punto P , por paralelismo generamos triángulos con ángulos de 60º, es decir, equiláteros, y por paralelismo podemos ir trasladando todas las distancias para un lado para deducir que el triángulo tiene lado $6+2+3=11$ y por lo tanto perímetro $3\times 11=33$ (C)

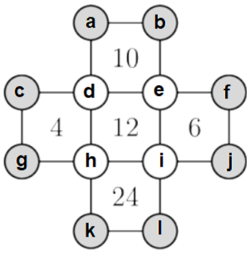


16
Se escribe un número en cada uno de los doce círculos que se muestran. El número dentro de cada cuadrado indica el producto de los números de sus cuatro vértices. ¿Cuál es el producto de los números de los ocho círculos grises?



(A) 20   (B) 40   (C) 80   (D) 120   (E) 480

Denotamos por a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l los círculos del esquema, tal y como se muestra en la imagen siguiente:



$$abde=10\Rightarrow ab=\frac{10}{de},\ cdgh=4\Rightarrow cg=\frac{4}{dh},\ efij=6\Rightarrow fj=\frac{6}{ei},\ hikl=24\Rightarrow kl=\frac{24}{hi}$$

Luego

$$abcgfjkl=\frac{10}{de}\frac{4}{dh}\frac{6}{ei}\frac{24}{hi}=\frac{10\cdot 4\cdot 6\cdot 24}{dedheihi}=\frac{10\cdot 4\cdot 6\cdot 24}{dehi\cdot dhei}=\frac{10\cdot 4\cdot 6\cdot 24}{12\cdot 12}=10\cdot 4=40\quad \text{(B)}$$

17
Sobre la mesa hay cuatro jarrones en los que se han colocado varios dulces. La cantidad de dulces en el primer jarrón es la cantidad de jarrones que contienen un dulce. La cantidad de dulces en el segundo jarrón es la cantidad de jarrones que contienen dos dulces. La cantidad de dulces en el tercer jarrón es la cantidad de jarrones que contienen tres dulces. La cantidad de dulces en el cuarto jarrón es la cantidad de jarrones que no contienen dulces. ¿Cuántos dulces hay en todos los jarrones juntos?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

Está claro que hay entre 0 y 4 dulces en cada jarrón.
En el cuarto tiene que haber como mínimo 1, pues si no sería contradictorio.
Luego en el primero tiene que haber como mínimo 1...
Por tanteo llego a una solución aceptable: 2 – 1 – 0 – 1
y por tanto hay en total 4 dulces (C).

18
Juan Felipe tiene n^3 cubos pequeños iguales. Los usa para hacer un cubo grande en el que pinta toda la superficie exterior del cubo grande. El número de cubos pequeños con una sola cara pintada es igual al número de los que no tienen ninguna cara pintada. ¿Cuál es el valor de n?

(A) 4   (B) 6   (C) 7   (D) 8   (E) 10

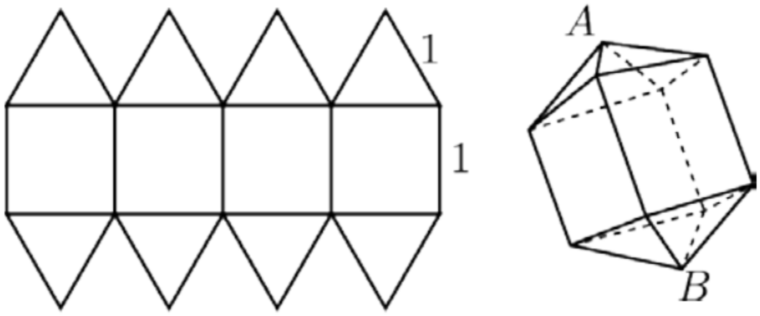
El número de cubos pintados con una sola cara es $6(n-2)^2$.
El número de cubos sin ninguna cara pintada es $(n-2)^3$. Luego
$6(n-2)^2 = (n-2)^3 \Rightarrow 6 = n-2 \Rightarrow n = 8$ (D)

19
Cristina tiene un juego de cartas numeradas del 1 al 12. Coloca ocho de ellas en los vértices de un octógono de tal manera que la suma de cada par de números que comparten un lado sea múltiplo de 3. ¿Qué números no colocó Cristina?

(A) 1, 5, 9, 12   (B) 3, 5, 7, 9   (C) 1, 2, 11, 12   (D) 5, 6, 7, 8   (E) 3, 6, 9, 12

Observamos que la opción E son todos los múltiplos de 3. Puede ser una pista.
Vemos que una combinación aceptable es 1 - 2 - 4 - 5 - 7 - 8 - 10 - 11 , eliminado los múltiplos de 3, que coincide con la opción (E).

20
Pedro hace un desarrollo usando una combinación de cuadrados y triángulos como se muestra en la figura. Las longitudes de los lados del cuadrado y del triángulo miden 1 cm. Dobla el desarrollo hasta darle la forma 3D que también se muestra en la imagen de la derecha. ¿Cuál es la distancia entre los vértices A y B?



(A) √5   (B) 1+√2   (C) 5/2   (D) 1+√3   (E) 2√2

Vemos que el problema consiste en determinar la altura de una pirámide de base cuadrada y cuyos lados son triángulos equiláteros de lado 1.
La diagonal de la base es

$$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Luego la altura es el cateto de un triángulo rectángulo de hipotenusa 1 y base $\sqrt{2}/2$:

$$h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La distancia AB será $1 + 2\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$ (B)

21
La factorización en números primos del número. n! = 1·2 · · · (n-1)·n, es de la forma que se muestra en la imagen. Los números primos se escriben en orden creciente. La tinta ha cubierto algunos de los números. ¿Cuál es el exponente que tiene el número 17?

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

Vemos que el factor 13 aparece elevado a 4, luego forzosamente será, como mínimo, la factorización de $13 \cdot 4 = 52$, esto quiere decir que aparecerá el 17 en
$17 \cdot 1 = 17$, $17 \cdot 2 = 34$ y $17 \cdot 3 = 51$
es decir, el 17 aparecerá en la factorización de tres números, luego tendremos un 17^3 (C).

22
Carlos dice la verdad un día, miente al día siguiente, vuelve a decir la verdad al tercer día, y así sucesivamente. Un día, hizo exactamente cuatro de las cinco declaraciones siguientes. ¿Cuál no podría haber hecho en este día?

(A) Mentí ayer y mentiré mañana.
(B) Estoy diciendo la verdad hoy y diré la verdad mañana.
(C) 2024 es divisible por 11.
(D) Ayer fue miércoles.

(E) Mañana será sábado.

Supongamos que hoy dice C. Es cierto, luego hoy dice la verdad. Luego no puede decir (B), que es falso, Pero entonces tiene que decir (D) y (E), que son contradictorias entre ellas. Luego no puede ser (C).

Un razonamiento alternativo: Si dice B, que es falso, es que hoy miente. Pero entonces no puede decir C, que es cierto. A es falso siempre. D y E pueden ser falsas las dos. Luego una combinación aceptable es A,B,D,E, y recordemos que en las pruebas Canguro solo se admite una opción cierta.

23
La suma de los dígitos del número N es tres veces la suma de los dígitos del número N+1. ¿Cuál es la suma más pequeña posible de los dígitos de N?

(A) 3 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 27

Sean los dígitos de N $a_n, a_{n-1}, a_{n-3},..., a_1, a_0$, donde a_0 es el dígito de las unidades. Nos vamos a concentrar en los últimos dos dígitos, así que llamaremos $A = a_n + a_{n-1} + a_{n-3} + a_2$.

Supongamos en primer lugar que $a_0 < 9$
Queremos resolver la ecuación $A + a_1 + a_0 = 3(A + a_1 + a_0 + 3)$. Esta ecuación no tiene una solución aceptable en nuestro contexto:
$A + a_1 + a_0 = 3(A + a_1 + a_0) + 9 \Rightarrow -2(A + a_1 + a_0) = 9 \Rightarrow A + a_1 + a_0 = \frac{9}{-2}$, absurdo, pues los valores de $a_n, a_{n-1}, a_{n-3},..., a_1, a_0$ son todos enteros positivos entre 0 y 9.

Supongamos en primer lugar que $a_0 = 9$
Queremos resolver la ecuación $A + a_1 + 9 = 3(A + a_1 + 1 + 0)$.
$A + a_1 + 9 = 3(A + a_1 + 1) \Rightarrow A + a_1 + 9 = 3A + 3a_1 + 3 \Rightarrow -2(A + a_1) = -6$
$\Rightarrow A + a_1 = 3$
Aquí podríamos encontrar una solución mínima en $A = 0, a_1 = 3$, obteniendo el número $N = 39$. En efecto,

$$\left.\begin{array}{l} N = 39 \rightarrow 3 + 9 = 12 \\ N + 1 = 40 \rightarrow 4 + 0 = 4 \end{array}\right\} \rightarrow 12 = 3 \cdot 4$$

La solución es $N = 39 \rightarrow 3 + 9 = 12$ (C)

24
Julia tiene algunos cubos de una unidad de lado, cuyo color puede ser negro, gris o blanco. Utiliza 27 de ellos para construir un cubo de 3×3×3. Quiere que la superficie sea exactamente un tercio negra, un tercio gris y un tercio blanca. Si A representa el menor número posible de cubos negros que puede utilizar y B representa el mayor número posible de cubos negros que puede utilizar en su construcción, ¿cuál es el valor de B - A?

(A) 1   (B) 3   (C) 6   (D) 7   (E) 9

El cubo está formado por 27 piezas: 8 aportan 3 caras, 12 aportan 2 caras, 6 aportan 1 cara y una central que da igual el color que tenga porque no se ve.
En total hay 54 caras, por lo que cada color aportará 18 caras.

El mínimo de piezas acontecerá cuando utilice las piezas con tres caras. Veo que con 6 piezas negras ya puedo completar un cubo con las condiciones del enunciado:

Tipo	Negro	Gris	Blanco	Total
×3	6	2		8
×2		6	6	12
×1			6	6
×0			1	1
Total	18	18	18	

Y está claro que este será el mínimo de piezas utilizadas, pues he utilizado exclusivamente las piezas con más caras.

Veamos ahora el máximo. El máximo acontecerá cuando utilice las piezas con menos caras, es decir, cuando utilice el negro para la pieza central y todas las que aporten dos caras visibles.
En la tabla anterior aparece para las piezas blancas la configuración con más piezas posible: Trece piezas.
Así pues, la diferencia entre el máximo y el mínimo es 13-6=7 (D).

25
Ana ha lanzado un dado normal 24 veces. Todos los números del 1 al 6 han salido al menos una vez. El número 1 ha salido más veces que cualquier otro número. Ana ha sumado todos los números. ¿Cuál es la suma máxima que ha podido obtener?

(A) 83   (B) 84   (C) 89   (D) 90   (E) 100

Puesto que todos los números han salido al menos una vez, hay seis números fijos:

$$1+2+3+4+5+6=21$$

Ahora hay que probar la combinación óptima para los 18 dados restantes, teniendo en cuenta que el “1” tiene que salir más veces que el resto. Poniendo primero los “1” y luego la cantidad óptima de “6”, “5”, “4”... vemos que la combinación óptima es con 6 unos:

1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 → 83
1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 5 , 5 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 → 86
1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 4 , 4 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 → 90

con una suma total de 90 (D).

26
Olga caminó por el parque. Caminó la mitad del tiempo total a una velocidad de 2 km/h. Caminó la mitad de la distancia total a una velocidad de 3 km/h. Caminó el resto del tiempo a una velocidad de 4 km/h. ¿Durante qué fracción del tiempo total caminó a una velocidad de 4 km/h?

(A) 1/14   (B) 1/12   (C) 1/7   (D) /5   (E) 1/4

Puesto que queremos determinar una fracción, podemos suponer que el tiempo total es 1 hora.
Sea t el tiempo que estuvo caminando a una velocidad de 4km/h.
La primera mitad del tiempo estuvo caminando a 2 km/h, luego recorrió

$$2\cdot\frac{1}{2}=1 \text{ km}$$

Después estuvo $\frac{1}{2}-t$ horas a 3 km/h, luego recorrió

$$3\left(\frac{1}{2}-t\right) \text{ km}$$

Finalmente estuvo t horas a 4 km/h, luego recorrió

$$4t \text{ km}$$

Así pues, recorrió un total de

$$1+3\left(\frac{1}{2}-t\right)+4t=1+\frac{3}{2}-3t+4t=\frac{5}{2}+t \text{ km.}$$

Pero andando a 3km/h recorrió la mitad de la distancia, luego

$$3\left(\frac{1}{2}-t\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}+t\right)\Leftrightarrow\frac{3}{2}-3t=\frac{5}{4}+\frac{t}{2}\Leftrightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{4}=\frac{t}{2}+3t\Leftrightarrow\frac{1}{4}=\frac{7}{2}t\Leftrightarrow t=\frac{1}{14} \quad \text{(A)}$$

27
Aníbal ha separado los números enteros del 1 al 25 en dos grupos. Después ha quitado algunos enteros de los grupos para que los productos de los números de cada grupo sean iguales. ¿Cuál es el mínimo de números que Aníbal puede eliminar.

(A) 4   (B) 5   (C) 6   (D) 7   (E) 8

Está claro que la resolución de este problema se basa en el estudio de la factorización de todos los números hasta el 25. Una de las claves para resolver este problema es ver que forzosamente deberemos eliminar todos los primos superiores a 7: 13, 17, 19 y 23, pues no van a encontrar "pareja".

2	2				
3		3			
4	2^2				
5			5		
6	2	3			
7				7	
8	2^3				
9		3^2			
10	2		5		
11					11
12	2^2	3			
14	2			7	
15		3	5		
16	2^4				
18	2	3^2			

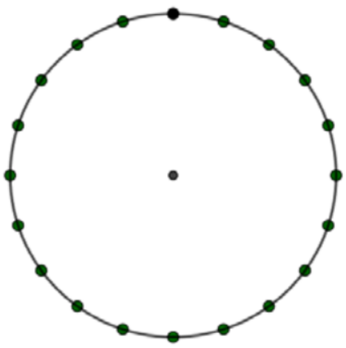
20	2^2		5		
21		3		7	
22	2				11
24	2^3	3			
25			5^2		
Total	22	12	6	3	2

Vemos que el único factor problemático es el 7, que encuentra pareja con 14 y 21, luego hay tres “7”. Será imposible separarlos en dos grupos, luego hay que eliminar uno de ellos. Vemos que el factor 2 y el factor 3 quedan pares, luego lo más sencillo es eliminar el 7.

Hemos eliminado 5 números, que es una de las opciones del enunciado (B). ¿Tendremos que eliminar más? En el contexto de una prueba con tiempo limitado, tal vez la mejor estrategia sea arriesgarnos y escoger (B). Si queremos o podemos dedicarle más tiempo al problema, se puede comprobar que es la opción correcta, pues con el resto de números se pueden hacer dos grupos con el mismo producto:
$3\times5\times8\times14\times15\times18\times20\times22\times24 = 2\times4\times6\times9\times10\times11\times12\times16\times21\times25 = 2^{11}\times3^{5}\times5^{3}\times7\times11$

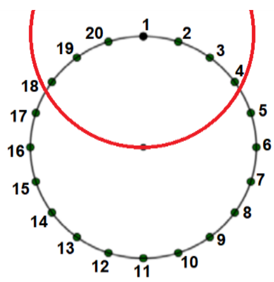
Fuente de este ejemplo: Compendium Canguro UK pág. 431

28
Veinte puntos están equidistantes en una circunferencia. ¿Cuántas cuerdas se pueden trazar que conecten pares de estos puntos y que sean más largas que el radio del círculo pero más cortas que su diámetro?



(A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160

Enumeramos los puntos del 1 al 20. En primer lugar, buscaremos todas las cuerdas que tienen extremo en el punto 1.
Si dibujamos a mano una circunferencia con centro en el punto 1 y mismo radio, vemos que el radio queda entre el punto 4 y el 5.



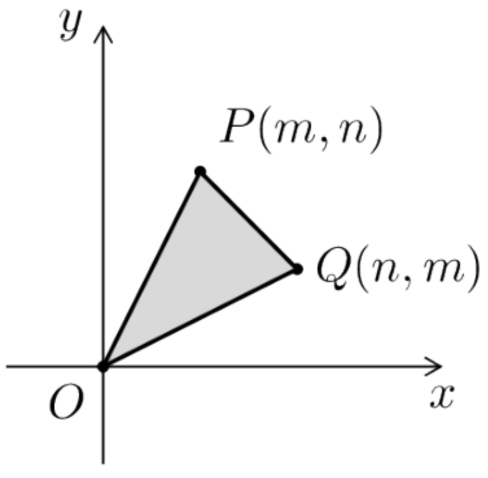
Luego las cuerdas buscadas son (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,9), (1,10), (1,12), (1,13), (1,14), (1,15), (1,16) y (1,17), 12 en total.
Multiplicamos por los 20 puntos y dividimos entre 2 porque son segmentos no orientados, en total 120.

29
Tiré seis dados a la vez. No saqué un número diferente en cada dado. Pero tampoco saqué seis del mismo número. Cuando multipliqué los números que salieron, obtuve un número mayor que 15.000, que no era divisible por cuatro. ¿Cuál fue la suma de los números que salieron al tirar los dados?

(A) 21 (B) 30 (C) 31 (D) 33 (E) 35

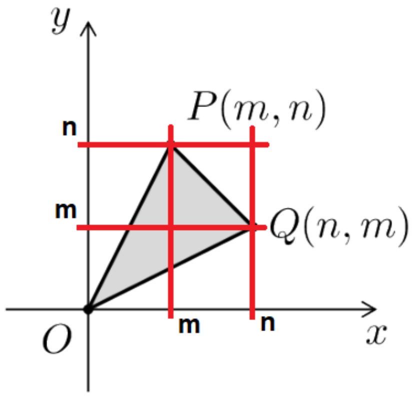
Supongamos que ha salido el 6. Puesto que $6 = 2 \cdot 3$, el 6 no puede volver a salir. La combinación más alta posible en este caso es
$6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 18750$, que cumple todas las condiciones del enunciado (puesto que en la competición Canguro solo hay una solución válida, ya hemos resuelto el problema y no hace falta continuar).
El 4 no puede aparecer, luego la siguiente combinación aceptable sería
$6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 11250 < 15000$, con la que ya no llegamos a 15000.
Supongamos que no ha salido el 6. Puesto que el 4 no puede aparecer, y no se pueden repetir el mismo número seis veces, la máxima combinación posible es
$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 = 9375$ con la que ya no llegamos a 15000.
Así pues, la única combinación posible es $6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ y $6 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 31$ (C)

30
Supongamos que m y n son números enteros con 0 < m < n. Sean P = (m, n), Q = (n, m), y O = (0, 0). ¿Para cuántos pares de valores m y n, el área del triángulo OPQ será igual a 2024?



(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Podemos descomponer la figura en rectángulos y cuadrados:



para deducir que el área buscada es

$$\mathrm{n}^2 - \frac{(n-m)^2}{2} - \frac{n \cdot m}{2} - \frac{n \cdot m}{2} = 2024 \Leftrightarrow 2\mathrm{n}^2 - (n-m)^2 - 2nm = 4048 \Leftrightarrow$$

$$2\mathrm{n}^2 - \left(n^2 - 2nm + m^2\right) - 2nm = 4048 \Leftrightarrow \mathrm{n}^2 - m^2 = 4048 \Leftrightarrow$$

$$(n-m)(n+m) = 4048 = 2^4 \cdot 11 \cdot 23$$

Sabemos que n-m y n+m tienen la misma paridad, luego ambos factores deben contener al menos un "2". También está claro que $n+m > n-m$, luego descartaremos las marcadas con asterisco (*):

$$\begin{cases} n+m = 2^3 \cdot 11 \cdot 23 \\ n-m = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} n+m = 2^3 \cdot 23 \\ n-m = 2 \cdot 11 \end{cases} \quad \begin{cases} n+m = 2^3 \cdot 11 \\ n-m = 2 \cdot 23 \end{cases}$$

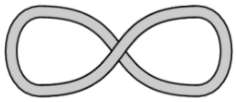
$$\begin{cases} n+m = 2^2 \cdot 11 \cdot 23 \\ n-m = 2^2 \end{cases} \quad \begin{cases} n+m = 2^2 \cdot 23 \\ n-m = 2^2 \cdot 11 \end{cases} \quad \begin{cases} n+m = 2^2 \cdot 11 \\ n-m = 2^2 \cdot 23 \end{cases} (*)$$

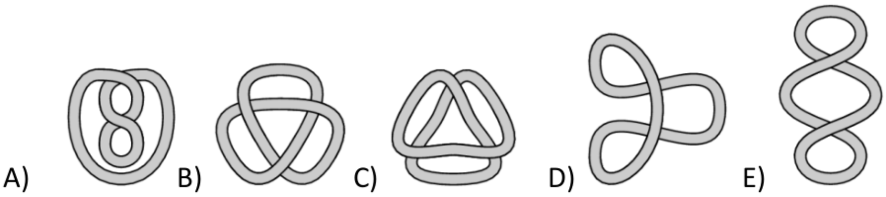
$$\begin{cases} n+m = 2^1 \cdot 11 \cdot 23 \\ n-m = 2^3 \end{cases} \quad \begin{cases} n+m = 2 \cdot 23 \\ n-m = 2^3 \cdot 11 \end{cases} (*) \quad \begin{cases} n+m = 2 \cdot 11 \\ n-m = 2^3 \cdot 23 \end{cases} (*)$$

En total hay 6 soluciones posibles (B).

Canguro N6 2024 Enunciados

1
¿Cuál de las siguientes cuerdas no se puede transformar en esta cuerda sin cortarla?

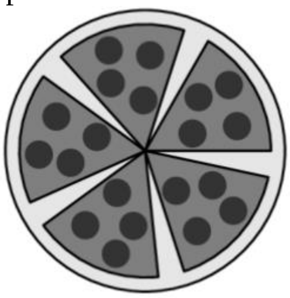




2
¿Cuál de estos números enteros es dos unidades menos que un múltiplo de diez, dos unidades más que un cuadrado y dos veces un número primo?

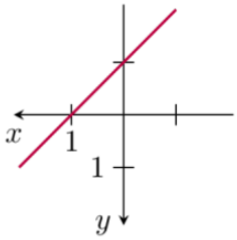
(A) 78   (B) 58   (C) 38   (D) 18   (E) 6

3
Inmaculada cortó una pizza en seis porciones iguales. Después de comer una porción, dispuso las porciones restantes con espacios iguales entre ellas. ¿Cuál es la medida del ángulo que quedó entre cada dos porciones?

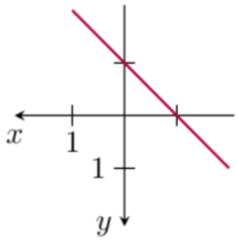


(A) 5º   (B) 8º   (C) 9º   (D) 10º   (E) 12º

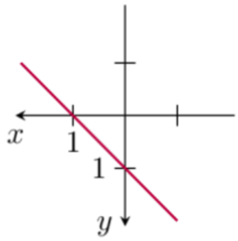
4
Juan tiene la costumbre inusual de dibujar el plano XY con los ejes de coordenadas positivos apuntando hacia la izquierda y hacia abajo. ¿Cómo se vería la gráfica de la ecuación y = x + 1 en un sistema de coordenadas dibujado por Juan?



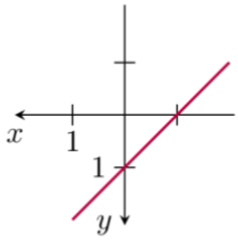
A)



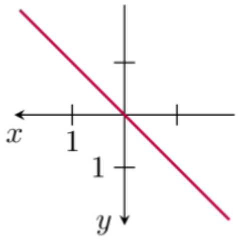
B)



C)



D)



E)

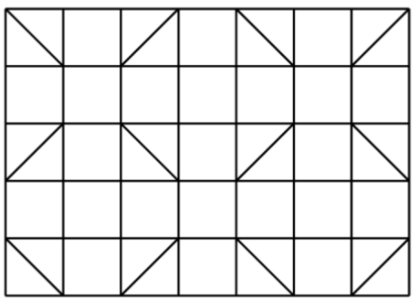
5
Carol ha manipulado un dado. Las probabilidades de sacar un 2, 3, 4 o 5 siguen siendo 1/6 cada una, pero la probabilidad de sacar un 6 es el doble de la probabilidad de sacar un 1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6?

(A) 1/4 (B) 1/6 (C) 7/36 (D) 2/9 (E) 5/18

6
¿Cuál de las siguientes expresiones tiene el mismo valor que la expresión $16^{15}+16^{15}+16^{15}+16^{15}$?

(A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

7
Nuria desea colorear los cuadrados y triángulos de la siguiente figura de modo que no haya dos polígonos vecinos, incluso aquellos que comparten un solo vértice, que sean del mismo color.



¿Cuál es la menor cantidad de colores que necesitaría?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

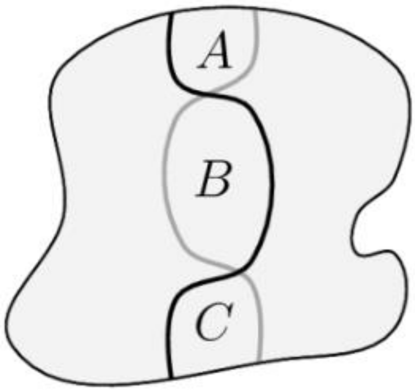
8
En una mesa hay seis vasos con la boca hacia arriba. En un movimiento cualquiera damos la vuelta, exactamente a cuatro de los vasos. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para tener todos los vasos boca abajo?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

9
Un estudiante comenzó con el número 1 y lo multiplicó por 6 o por 10. A continuación, multiplicó el resultado por 6 o por 10, y continuó este procedimiento muchas veces. ¿Cuál de los siguientes valores no puede ser uno de los números obtenidos?

(A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

10
Un sendero negro y otro gris cruzan un parque como se muestra en la imagen. Cada sendero divide el parque en dos regiones de igual superficie. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre las áreas A, B y C?

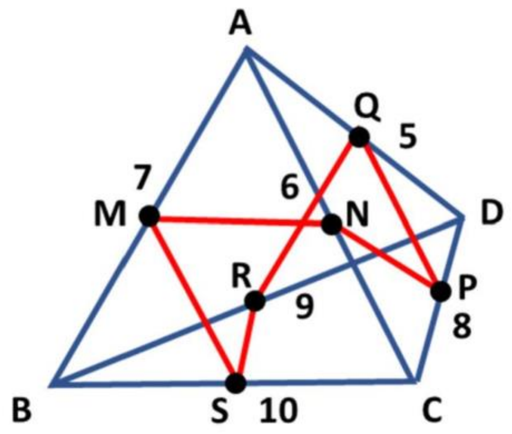


A) A = C   B) B = A + C   C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$ D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$

11
Solo una de estas afirmaciones sobre un cierto número entero positivo n es cierta. ¿Qué afirmación es cierta?

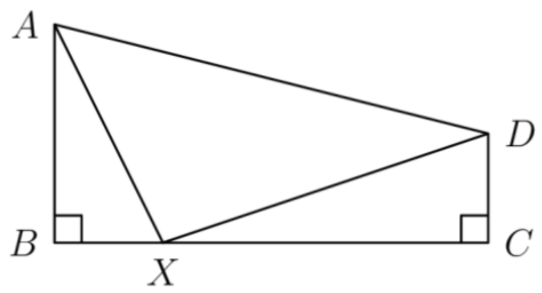
(A) n es divisible por 3
(B) n es divisible por 6
(C) n es impar
(D) n = 2
(E) n es primo

12
Una pirámide triangular ABCD tiene los lados de longitudes 5, 6, 7, 8, 9 y 10. Los puntos M, N, P, Q, R y S son los puntos medios de las aristas de la pirámide, tal como se indica en la figura. ¿Cuál es el perímetro de la hexagonal cerrada MNPQRSM?



(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

13
Un cuadrilátero ABCD tiene dos ángulos rectos en B y C, donde AB = 4, BC = 8 y CD = 2. Si X es un punto en BC, ¿cuál es el valor mínimo de AX + DX?

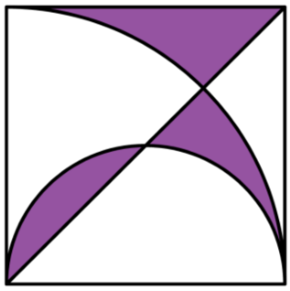


(A) $9\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) Ninguno de los anteriores

14
Juan tiene un número de cubos de una unidad de lado, todos negros o todos blancos y quiere construir un cubo de 3×3×3 usando 27 cubos. Quiere que la superficie sea exactamente la mitad negra y la mitad blanca. ¿Cuál es el menor número de cubos negros que puede utilizar?

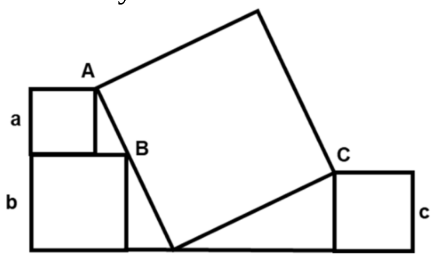
(A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) Ninguno de los anteriores

15
En un cuadrado de lado 6 cm se dibujan una diagonal, una semicircunferencia y un cuarto de circunferencia. ¿Cuál es el área de la parte sombreada en centímetros cuadrados?



(A) 9   (B) 3π (C) $6\pi-9$ (D) $10\pi/3$ (E) 12

16
La figura muestra cuatro cuadrados. Los más pequeños tienen lados de longitud a, b y c. Los vértices A y C de dos de los cuadrados más pequeños coinciden con dos vértices diagonalmente opuestos del cuadrado grande. El vértice B del tercer cuadrado pequeño está en el lado del cuadrado grande. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la longitud del lado del cuadrado mayor?



A) $\frac{1}{2}(a+b+c)$ B) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ C) $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$

D) $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$ E) $\sqrt{a^2+a\,b+b^2+c^2}$

17
Tenemos dos números positivos p y q, con p < q. ¿Cuál de estas expresiones es la mayor?

A) $\frac{p+3q}{4}$ B) $\frac{p+2q}{3}$ C) $\frac{p+q}{2}$ D) $\frac{2p+q}{3}$ E) $\frac{3p+q}{4}$

18
¿Cuántos números de tres cifras hay que contengan al menos una de las cifras 1, 2 ó 3?

(A) 27   (B) 147   (C) 441   (D) 557   (E) 606

19
Tengo un número de cuatro cifras distinto de cero N = pqrs. Cuando coloco una coma decimal entre la q y la r, encuentro que el número resultante pq, rs es la media de los números de dos cifras pq y rs. ¿Cuál es la suma de los dígitos de N?

(A) 14   (B) 18   (C) 21   (D) 25   (E) 27

20
Dos velas de igual longitud empiezan a arder al mismo tiempo. Una de las velas se consumirá en 4 horas, la otra en 5 horas, cada una a un ritmo constante. ¿Cuántas horas tendrían que arder para que una de las velas tenga una longitud tres veces más larga que la otra?

(A) 40/11 (B) 45/12 (C) 63/20 (D) 3 (E) 47/41

21
Tenemos seis tarjetas con un número escrito en cada lado de cada tarjeta. Los pares de números de las tarjetas son (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) y (9, 10). Las tarjetas se pueden colocar en cualquier orden en los espacios en blanco de la figura. ¿Cuál es el resultado más pequeño que podemos obtener?

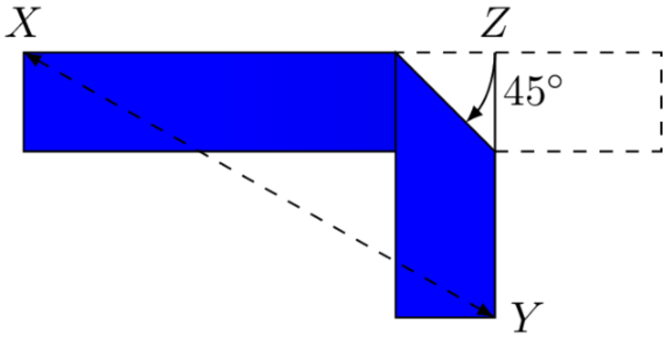
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

(A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

22
María resuelve la ecuación $ax^2+bx+c=0$, y Blanca resuelve la ecuación $bx^2+ax+c=0$ donde a, b, c son números enteros pares distintos de cero, resultando que las dos ecuaciones comparten una raíz. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

(A) La solución común debe ser 0.
(B) La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene exactamente una solución real.
(C) $a > 0$
(D) $b < 0$
(E) $a + b + c = 0$

23
Tengo una tira de papel de 12 cm de largo y 2 cm de ancho. Hago un pliegue a 45º y luego lo doblo, de modo que las dos partes de la tira queden alineadas en ángulo recto, como se muestra en la imagen. En centímetros, ¿cuál es la longitud más pequeña que puede tener XY?



(A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) 10 (D) 8 (E) $6+\sqrt{2}$

24
Rosa tiene varios dados equiprobables de 12 caras, cada uno con caras etiquetadas del 1 al 12. Cuando se lanzan todos los dados a la vez, la probabilidad de sacar un 12 exactamente una vez es igual a la probabilidad de no sacar ningún 12. ¿Cuántos dados tiene Rosa?

(A) 8   (B) 9   (C) 10   (D) 11   (E) 12

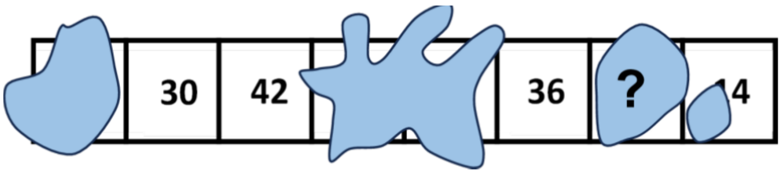
25
El polinomio P satisface la relación $P(x+1) = x^2 - x + 2P(6)$, para todo x real. ¿Cuál es la suma de los coeficientes de P?

(A) -40   (B) -6   (C) 12   (D) 40   (E) Ninguno de los valores anteriores

26
Dada una función f definida en el conjunto de números enteros no negativos por la expresión $f(n) = f(n-1) - f(n-2)$, donde f(0)=1 y f(1)=2. ¿Cuál es el valor de f(2024)?

(A) -2   (B) -1   (C) 0   (D) 1   (E) 2

27
Una tira de papel consta de 8 cuadrados. Inicialmente cada cuadrado contiene el número 0. En cada movimiento elegimos 4 cuadrados consecutivos y sumamos uno a cada uno de los números de esos cuadrados. La figura muestra el resultado después de varios movimientos de este tipo, pero desafortunadamente cayó tinta en algunos cuadrados. ¿Qué número está escrito en el cuadrado con el signo de interrogación?



(A) 24   (B) 30   (C) 36   (D) 48   (E) Ninguno de los anteriores

28
Una función f: R → R satisface que f(20 − x) = f(22 + x), para todo x real. Se sabe que f tiene exactamente dos raíces. ¿Cuál es la suma de estas dos raíces?

(A) -1   (B) 20   (C) 21   (D) 22   (E) Ninguno de los anteriores

29
Con doce puntos que están equidistantes en una circunferencia. ¿Cuántos triángulos con un ángulo de 45º se pueden formar eligiendo tres de estos puntos?

(A) 48   (B) 60   (C) 72   (D) 84   (E) 96

30
Un número de cuatro dígitos

$$\overline{abcd}$$

satisface la ecuación:

$$\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$$

¿Cuál es el valor de a?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Canguro N6 2024 Respuestas correctas

1	B
2	C
3	E
4	D
5	D
6	B
7	C
8	B
9	B
10	B
11	C
12	C
13	D
14	E
15	A
16	C
17	A
18	E
19	B
20	A
21	D
22	E
23	B
24	D
25	A
26	D
27	A
28	E
29	D
30	B

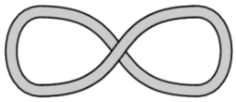
Canguro N6 2024 Localización en Toomates Coolección.

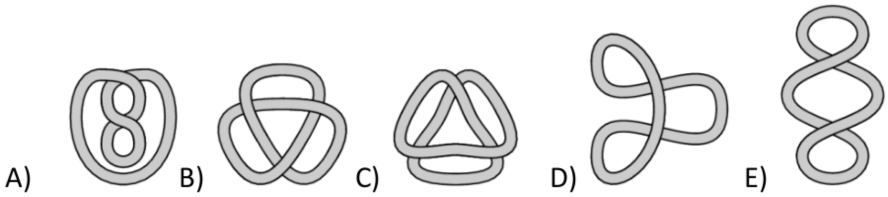
1	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	9.24
2	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.112
3	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.28
4	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	8.2.12
5	http://www.toomates.net/biblioteca/Probabilidad.pdf	1.21
6	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	2.1.59
7	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.32
8	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.9
9	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.113
10	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	2.29
11	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	6.114
12	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.2.3
13	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.4.6
14	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.14
15	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	5.4.20
16	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.3.9
17	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	8.10
18	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	1.7.49
19	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.64
20	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	1.2.2
21	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.8
22	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	7.6.9
	https://youtu.be/fF4721ne6K0	
23	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	4.3.10
24	http://www.toomates.net/biblioteca/Probabilidad.pdf	4.3
	https://youtu.be/hX-_rdMmUR8	
25	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf	4.6.3
26	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	5.1.14
27	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf	6.2.16
28	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasFunciones.pdf	5.1.13
	https://youtu.be/9VZsMGkRTkE	
29	http://www.toomates.net/biblioteca/Geometria.pdf	6.1.7
	https://youtu.be/uDAOZwjn-pg	
30	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf	3.62
	https://youtu.be/c0hDPtjwDL8	

Canguro N6 2024 Soluciones desarrolladas.

1

¿Cuál de las siguientes cuerdas no se puede transformar en esta cuerda sin cortarla?





Es fácil observar que B es la única cuerda que forma un nudo.

2

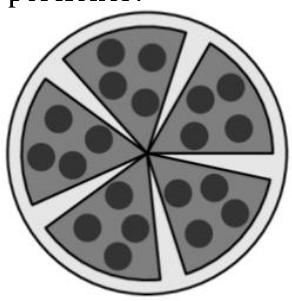
¿Cuál de estos números enteros es dos unidades menos que un múltiplo de diez, dos unidades más que un cuadrado y dos veces un número primo?

(A) 78   (B) 58   (C) 38   (D) 18   (E) 6

(C) Basta comprobar las condiciones en cada número e ir descartando.

3

Inmaculada cortó una pizza en seis porciones iguales. Después de comer una porción, dispuso las porciones restantes con espacios iguales entre ellas. ¿Cuál es la medida del ángulo que quedó entre cada dos porciones?

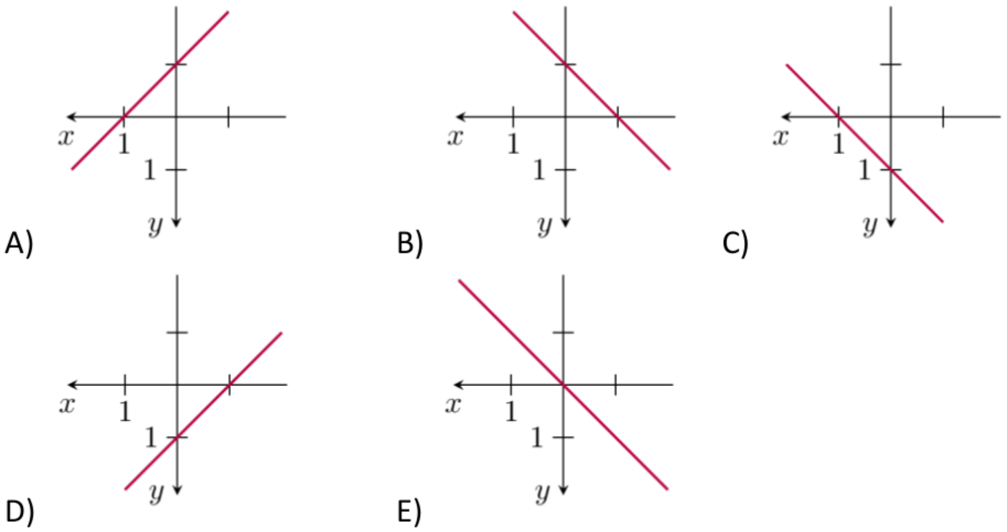


(A) 5º   (B) 8º   (C) 9º   (D) 10º   (E) 12º

$360 \div 6 = 60$, $60 \div 5 = 12$, (E)

4

Juan tiene la costumbre inusual de dibujar el plano XY con los ejes de coordenadas positivos apuntando hacia la izquierda y hacia abajo. ¿Cómo se vería la gráfica de la ecuación y = x + 1 en un sistema de coordenadas dibujado por Juan?



(D) Haciendo una reflexión vertical respecto del eje X y una reflexión horizontal respecto del eje Y.

5

Carol ha manipulado un dado. Las probabilidades de sacar un 2, 3, 4 o 5 siguen siendo 1/6 cada una, pero la probabilidad de sacar un 6 es el doble de la probabilidad de sacar un 1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6?

(A) 1/4   (B) 1/6   (C) 7/36   (D) 2/9   (E) 5/18

Sea a la probabilidad de sacar “1”. Entonces la probabilidad de sacar un “6” es 2a, y tenemos la ecuación

$$a+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+2a=1\Rightarrow 3a=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=\frac{1}{9}\Rightarrow 2a=\frac{2}{9}\quad \text{(D)}$$

6

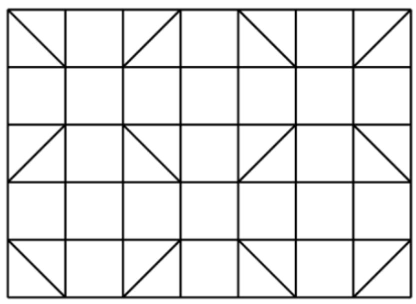
¿Cuál de las siguientes expresiones tiene el mismo valor que la expresión $16^{15}+16^{15}+16^{15}+16^{15}$?

(A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

$$16^{15}+16^{15}+16^{15}+16^{15}=4\cdot 16^{15}=4\cdot\left(4^{2}\right)^{15}=4\cdot 4^{30}=4^{31}\quad \text{(B)}$$

7

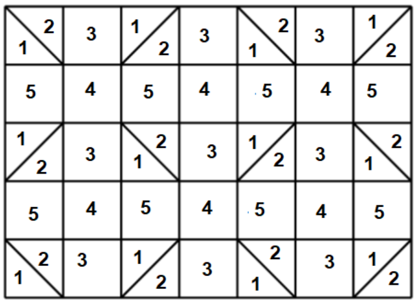
Nuria desea colorear los cuadrados y triángulos de la siguiente figura de modo que no haya dos polígonos vecinos, incluso aquellos que comparten un solo vértice, que sean del mismo color.



¿Cuál es la menor cantidad de colores que necesitaría?

(A) 3   (B) 4   (C) 5   (D) 6   (E) 7

Vemos que para completar el primer bloque 2×2 de la esquina superior izquierda ya necesitaremos 5 colores diferentes. Luego es fácil ir rellenando el resto de casillas con estos cinco colores cumpliendo la condición del enunciado. (C).



8

En una mesa hay seis vasos con la boca hacia arriba. En un movimiento cualquiera damos la vuelta, exactamente a cuatro de los vasos. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para tener todos los vasos boca abajo?

(A) 2   (B) 3   (C) 4   (D) 5   (E) 6

La sucesión mínima es la siguiente:

∨∨∨∨∨∨

∧∧∧∧∨∨

∧∨∨∨∧∨

∧∧∧∧∧∧

en 3 pasos (B).

9

Un estudiante comenzó con el número 1 y lo multiplicó por 6 o por 10. A continuación, multiplicó el resultado por 6 o por 10, y continuó este procedimiento muchas veces. ¿Cuál de los siguientes valores no puede ser uno de los números obtenidos?

(A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

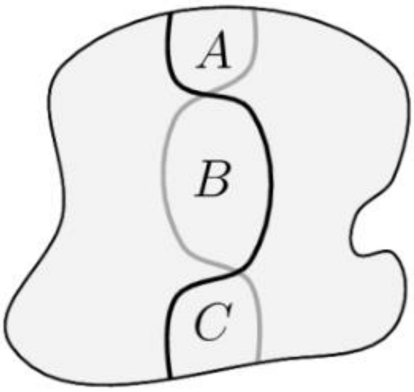
El número obtenido tiene que ser forzosamente de la forma

$6^n \cdot 10^m = (2 \cdot 3)^n \cdot (2 \cdot 5)^m = 2^n \cdot 3^n \cdot 2^m \cdot 5^m = 2^{n+m} \cdot 3^n \cdot 5^m$

y vemos que el único número que no se adapta a este formato es (B).

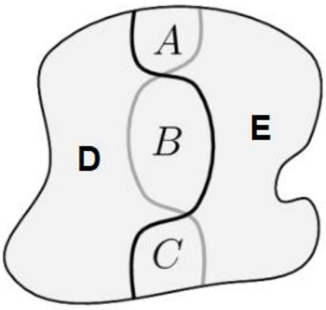
10

Un sendero negro y otro gris cruzan un parque como se muestra en la imagen. Cada sendero divide el parque en dos regiones de igual superficie. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre las áreas A, B y C?



A) A = C B) B = A + C C) $B=\frac{1}{2}(A+C)$ D) $B=\frac{2}{3}(A+C)$ E) $B=\frac{3}{5}(A+C)$

Sean D las partes de la izquierda y de la derecha del parque, respectivamente.



Tenemos

$$\left.\begin{array}{l} D+A+C=E+B \\ D+B=E+A+C \end{array}\right\} \Rightarrow 2D+A+B+C=2E+A+B+C \Rightarrow D=E$$

Luego $D+A+C=D+B \Rightarrow A+C=B$ (B)

11

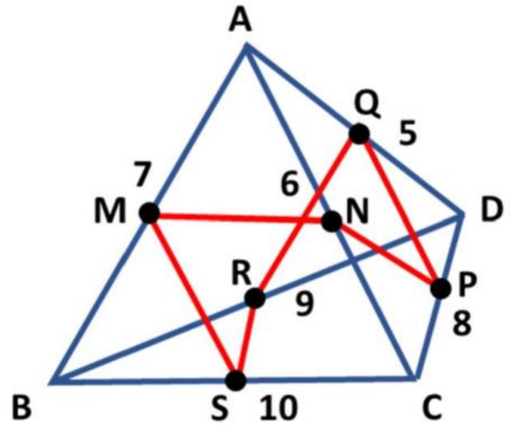
Solo una de estas afirmaciones sobre un cierto número entero positivo n es cierta. ¿Qué afirmación es cierta?

(A) n es divisible por 3
(B) n es divisible por 6
(C) n es impar
(D) n = 2
(E) n es primo

Supongamos que es A.
Tenemos un número divisible por 3 pero no por 6, par, diferente de 2 y compuesto.
Es imposible, porque si es par y divisible entre 3, será divisible entre 6.
Supongamos que es B.
Tenemos un número divisible por 6 pero no por 3. Esto es contradictorio.
Supongamos que es C.
Tenemos un número que no es divisible ni entre 3 ni entre 6, impar, diferente de 2 y compuesto.
El 35 cumple las condiciones. La respuesta correcta es C.
Aunque no es necesario, veamos que el resto de las opciones no son aceptables:
Supongamos que es D. Es contradictorio con ser compuesto.

Supongamos que es E. Tenemos un número primo, que no es dos pero es par, esto es contradictorio.

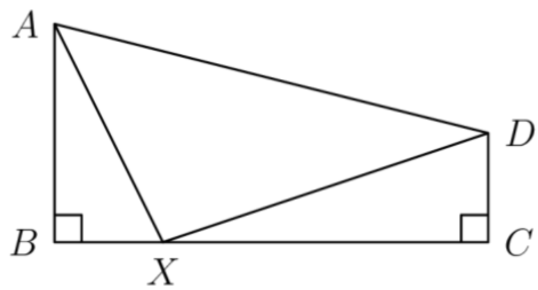
12
Una pirámide triangular ABCD tiene los lados de longitudes 5, 6, 7, 8, 9 y 10. Los puntos M, N, P, Q, R y S son los puntos medios de las aristas de la pirámide, tal como se indica en la figura. ¿Cuál es el perímetro de la hexagonal cerrada MNPQRSM?



(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

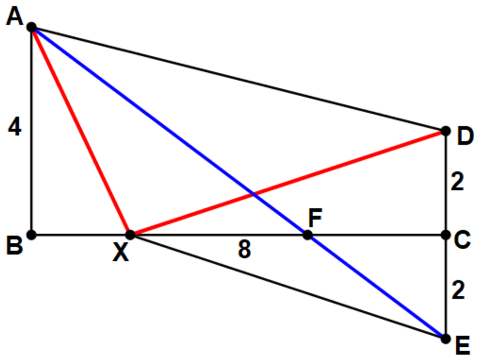
Es una aplicación directa del "Teorema del conector de puntos medios" (★29) que garantiza que el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y su longitud es la mitad de este tercer lado.
Así pues, QP = 3, NP = 3.5, MN = 5, MS = 3, SR = 4 y RQ = 3.5, con lo que se obtiene una longitud total de 21 (C).

13
Un cuadrilátero ABCD tiene dos ángulos rectos en B y C, donde AB = 4, BC = 8 y CD = 2. Si X es un punto en BC, ¿cuál es el valor mínimo de AX + DX?



(A) 9√2 (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) Ninguno de los anteriores

Sea E el punto simétrico de D respecto de BC. Por simetría está claro que XD=XE, luego podemos aplicar la desigualdad triangular (★34) al triángulo ΔAXE:
$AX + XD = AX + XE \geq AE$



Y el mínimo se encontrará para $X = F$, con $AX + XD = AE = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (D)

14
Juan tiene un número de cubos de una unidad de lado, todos negros o todos blancos y quiere construir un cubo de 3×3×3 usando 27 cubos. Quiere que la superficie sea exactamente la mitad negra y la mitad blanca. ¿Cuál es el menor número de cubos negros que puede utilizar?

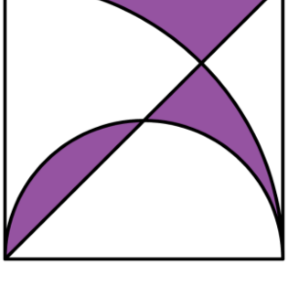
(A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) Ninguno de los anteriores

El cubo grande está formado por 8 cubos que aportan 3 caras, 12 cubos que aportan 2 caras, 6 cubos que aportan 1 cara y un cubo que no importa porque queda en el centro y no se ve.
Hay 54 caras en total, luego cada color debe aportar 27 caras.
El menor número de cubos negros que se puede utilizar acontecerá cuando los utilicemos para las posiciones que aportan más caras, en este caso la combinación óptima es:

Tipo	Negro	Blanco	Total
×3	8	0	8
×2	1	11	12
×1	1	5	6
×0	0	1	1
Total	27	27	

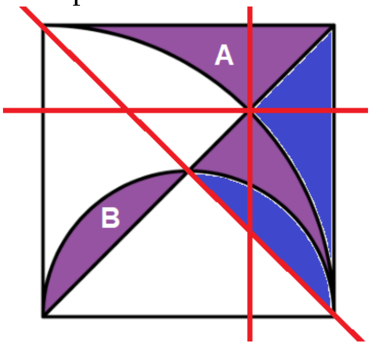
Luego el mínimo es 8+1+1=10 (E).

15
En un cuadrado de lado 6 cm se dibujan una diagonal, una semicircunferencia y un cuarto de circunferencia. ¿Cuál es el área de la parte sombreada en centímetros cuadrados?



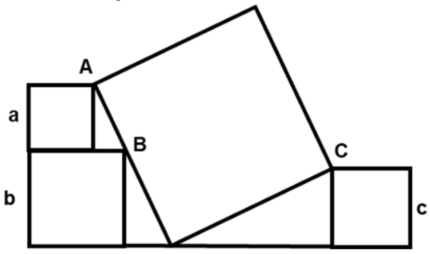
(A) 9 (B) 3π (C) 6π-9 (D) 10π/3 (E) 12

Si analizamos la figura y trazamos algunas rectas auxiliares vemos que las regiones A y B se pueden desplazar a la derecha por simetría:



Con lo que nos quedará un cuarto de cuadrado, cuya área será $\frac{6^2}{4} = 9$ (A)

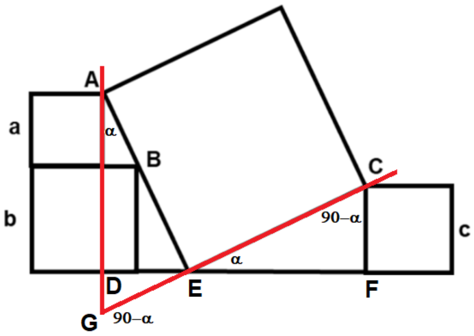
16
La figura muestra cuatro cuadrados. Los más pequeños tienen lados de longitud a, b y c. Los vértices A y C de dos de los cuadrados más pequeños coinciden con dos vértices diagonalmente opuestos del cuadrado grande. El vértice B del tercer cuadrado pequeño está en el lado del cuadrado grande. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la longitud del lado del cuadrado mayor?



A) $\frac{1}{2}(a+b+c)$ B) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ C) $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$

D) $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$ E) $\sqrt{a^2+a\,b+b^2+c^2}$

Trazamos los puntos D, E, F y G indicados en el siguiente esquema:



La clave para resolver este problema es ver que los triángulos ΔADE y ΔEFC son congruentes. En efecto, si $\alpha = \angle CEF \Rightarrow 90 - \alpha = \angle ECF$, y por paralelismo $90 - \alpha = \angle AGE \Rightarrow \angle GAE = \alpha$

Luego por el criterio AA, $\Delta ADE \approx \Delta EFC$, pero como además tienen hipotenusas congruentes, serán triángulos congruentes: $\Delta ADE \equiv \Delta EFC$. Ahora solo hay que aplicar Pitágoras:

$AE = \sqrt{(a+b)^2 + c^2}$ (C)

17

Tenemos dos números positivos p y q, con p < q. ¿Cuál de estas expresiones es la mayor?

A) $\frac{p+3q}{4}$ B) $\frac{p+2q}{3}$ C) $\frac{p+q}{2}$ D) $\frac{2p+q}{3}$ E) $\frac{3p+q}{4}$

Pasamos a común denominador 12 para eliminar los denominadores:

$$\frac{p+3q}{4} = \frac{3p+9q}{12},\ \frac{p+2q}{3} = \frac{4p+8q}{12},\ \frac{p+q}{2} = \frac{6p+6q}{12},\ \frac{2p+q}{3} = \frac{8p+4q}{12},$$
$$\frac{3p+q}{4} = \frac{9p+3q}{12}$$

Así pues tenemos que comparar:

$$3p+9q,\ 4p+8q,\ 6p+6q,\ 8p+4q,\ 9p+3q$$

Restamos $3p+q$ a cada expresión:

$$8q,\ p+7q,\ 3p+5q,\ 5p+3q,\ 6p+2q$$

y, finalmente, puesto que $p < q$

$$8q,\ p+7q < 8q,\ 3p+5q < 8q,\ 5p+3q < 8q,\ 6p+2q < 8q$$

y por lo tanto todas son menores que la primera, (A).

18

¿Cuántos números de tres cifras hay que contengan al menos una de las cifras 1, 2 ó 3?

(A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

Pasaremos al complementario, calcularemos los números de tres cifras que no contengan 1, 2 o 3.

La cifra de las centenas puede ser 4, 5, 6, 7, 8 , 9 (6 posibilidades)

Las cifras de las decenas y de las unidades pueden ser 0, 4, 5, 6, 7, 8 , 9 (7 posibilidades)

Luego hay $6 \times 7 \times 7 = 294$ números distintos.

Hay 900 números de tres cifras, luego la respuesta correcta es

$900 - 294 = 606$ (E).

19

Tengo un número de cuatro cifras distinto de cero N = pqrs. Cuando coloco una coma decimal entre la q y la r, encuentro que el número resultante pq, rs es la media de los números de dos cifras pq y rs. ¿Cuál es la suma de los dígitos de N?

(A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

Escribimos la condición del enunciado como

$$10p+q+\frac{r}{10}+\frac{s}{100}=\frac{10p+q+10r+s}{2}\Leftrightarrow$$
$$20p+2q+\frac{r}{5}+\frac{s}{50}=10p+q+10r+s\Leftrightarrow$$
$$20p+2q-10p-q=10r+s-\frac{r}{5}-\frac{s}{50}\Leftrightarrow$$
$$10p+q=\frac{49}{5}r+\frac{49}{50}s=\frac{49}{5}\left(r+\frac{s}{10}\right)\Leftrightarrow$$
$$5(10p+q)=49\left(r+\frac{s}{10}\right)$$

De aquí deducimos que $\frac{s}{10}$ debe ser un entero. Y puesto que $0\le s\le 9$, forzosamente debe ser $s=0$, y la ecuación anterior queda

$$5(10p+q)=49r$$

De donde se deduce que r debe ser un múltiplo de 5. No puede ser 0, pues entonces

$$5(10p+q)=0\Rightarrow 10p+q=0\Rightarrow p=q=0$$

Luego $r=5$, y la ecuación queda

$$10p+q=49$$

de donde, finalmente, deducimos que $p=4$ y $q=9$.

La única solución de este problema es $N=4950\rightarrow 4+9+5+0=18$ (B)

20

Dos velas de igual longitud empiezan a arder al mismo tiempo. Una de las velas se consumirá en 4 horas, la otra en 5 horas, cada una a un ritmo constante. ¿Cuántas horas tendrían que arder para que una de las velas tenga una longitud tres veces más larga que la otra?

(A) 40/11 (B) 45/12 (C) 63/20 (D) 3 (E) 47/41

Modelizamos la altura h de la primera vela con $h_1(t)=\frac{-1}{4}t+1$ y de la segunda vela con

$h_2(t)=\frac{-1}{5}t+1$

para una altura igual a 1 en el momento inicial $t=0$. Luego

$$h_2(t)=3h_1(t)\Leftrightarrow \frac{-1}{5}t+1=3\left(\frac{-1}{4}t+1\right)\Leftrightarrow \frac{-1}{5}t+1=\frac{-3}{4}t+3\Leftrightarrow \frac{-1}{5}t+\frac{3}{4}t=2$$
$$\Leftrightarrow \frac{-4}{20}t+\frac{15}{20}t=2\Leftrightarrow \frac{-4t+15t}{20}=2\Leftrightarrow \frac{11t}{20}=2\Leftrightarrow t=\frac{40}{11}$$

21

Tenemos seis tarjetas con un número escrito en cada lado de cada tarjeta. Los pares de números de las tarjetas son (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) y (9, 10). Las tarjetas se pueden colocar en cualquier orden en los espacios en blanco de la figura. ¿Cuál es el resultado más pequeño que podemos obtener?

$$\square+\square+\square-\square-\square-\square=\ ?$$

(A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

Por ejemplo, con la tarjeta (5,12) podemos sumar 5 o restar 12, con lo que tendrá un “rango de acción” de 5+12=17, De esta manera podemos ir calculando el “rango de acción” de cada tarjeta sumando sus dos valores:
(9, 10) → 19, (4, 14) → 18 , (5, 12) → 17 , (0, 16) → 16, (3, 11) → 14 , (7, 8) → 15 ,
Y las podemos ir colocando en orden decreciente a su rango, primero restando:
-10 -14 -12 +0 +3 +7 = -26

22
María resuelve la ecuación $ax^2+bx+c=0$, y Blanca resuelve la ecuación $bx^2+ax+c=0$ donde a, b, c son números enteros pares distintos de cero, resultando que las dos ecuaciones comparten una raíz. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

(A) La solución común debe ser 0.
(B) La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene exactamente una solución real.
(C) $a > 0$
(D) $b < 0$
(E) $a + b + c = 0$

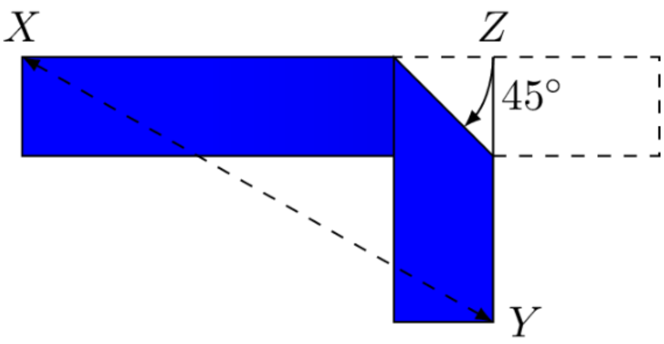
Sea x la solución común. Restamos las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{matrix} ax^2+bx+c=0 \\ bx^2+ax+c=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 0=(a-b)x^2+(b-a)x=(a-b)x^2-(a-b)x=(a-b)x(x-1)$$

Luego se pueden dar los siguientes casos:
a) $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow a+b+c=0$
b) $x=0 \Rightarrow c=0$, contradiciendo la hipótesis del enunciado.
c) $a-b=0 \Rightarrow a=b$, luego las dos ecuaciones serían iguales, compartiendo por tanto ambas soluciones. Esto también contradice las condiciones del enunciado.
Así pues, la única respuesta aceptable es (E).

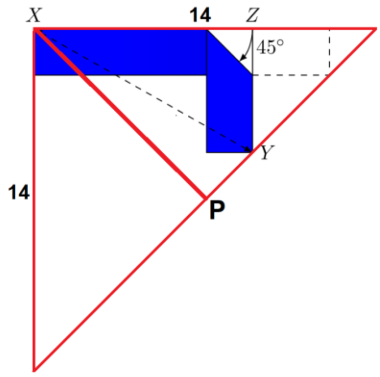
https://youtu.be/fF4721ne6K0

23
Tengo una tira de papel de 12 cm de largo y 2 cm de ancho. Hago un pliegue a 45º y luego lo doblo, de modo que las dos partes de la tira queden alineadas en ángulo recto, como se muestra en la imagen. En centímetros, ¿cuál es la longitud más pequeña que puede tener XY?



(A) 6√2   (B) 7√2   (C) 10   (D) 8   (E) 6+√2

Es fácil ver que al mover el punto Z, los puntos Y recorren una recta generando un triángulo rectángulo isósceles de catetos de longitud 14:



Luego el punto P de distancia mínima a X estará en la base de la perpendicular por X, y puesto que es un triángulo isósceles, será el punto medio:

$$\frac{1}{2}\sqrt{14^2+14^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2\cdot 14^2}=7\sqrt{2}$$

Y la distancia será:

$$\sqrt{14^2-\left(7\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{14^2-49\cdot 2}=\sqrt{4\cdot 49-49\cdot 2}=\sqrt{2\cdot 49}=7\sqrt{2}\ \text{(B)}$$

24

Rosa tiene varios dados equiprobables de 12 caras, cada uno con caras etiquetadas del 1 al 12. Cuando se lanzan todos los dados a la vez, la probabilidad de sacar un 12 exactamente una vez es igual a la probabilidad de no sacar ningún 12. ¿Cuántos dados tiene Rosa?

(A) 8   (B) 9   (C) 10   (D) 11   (E) 12

Aplicamos la fórmula de la distribución binomial.

$$P(X=1)=\binom{n}{1}\left(\frac{1}{12}\right)^{1}\left(1-\frac{1}{12}\right)^{12-1}=\frac{n}{12}\left(\frac{11}{12}\right)^{11}$$

$$P(X=0)=\binom{n}{0}\left(\frac{1}{12}\right)^{0}\left(1-\frac{1}{12}\right)^{12-0}=\left(\frac{11}{12}\right)^{12}$$

$$P(X=1)=P(X=0)\Leftrightarrow\frac{n}{12}\left(\frac{11}{12}\right)^{11}=\left(\frac{11}{12}\right)^{12}\Leftrightarrow\frac{n}{12}=\frac{11}{12}\Leftrightarrow n=11$$

https://youtu.be/hX-_rdMmUR8

25

El polinomio P satisface la relación $P(x+1)=x^2-x+2P(6)$, para todo x real. ¿Cuál es la suma de los coeficientes de P?

(A) -40 (B) -6 (C) 12 (D) 40 (E) Ninguno de los valores anteriores

La pregunta equivale a determinar $P(1)$.

Por otro lado, $P(1)=P(0+1)=0^2-0+2P(6)=2P(6)$.

$P(6)=P(5+1)=5^2-5+2P(6) \Leftrightarrow -P(6)=25-5=20 \Rightarrow P(6)=-20 \Rightarrow$

$P(1)=2P(6)=-40$

26

Dada una función f definida en el conjunto de números enteros no negativos por la expresión $f(n)=f(n-1)-f(n-2)$, donde f(0)=1 y f(1)=2. ¿Cuál es el valor de f(2024)?

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

$f(2)=f(1)-f(0)=2-1=1$

$f(3)=f(2)-f(1)=1-2=-1$

$f(4)=f(3)-f(2)=-1-1=-2$

$f(5)=f(4)-f(3)=-2-(-1)=-1$

$f(6)=f(5)-f(4)=-1-(-2)=1$

$f(7)=f(6)-f(5)=1-(-1)=2$

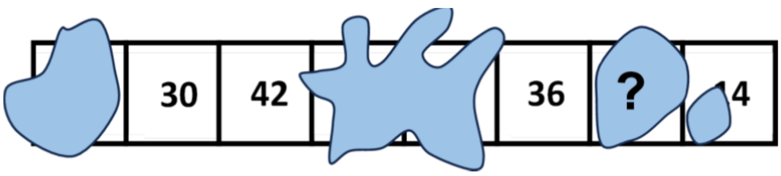
y observamos la pauta que se va a ir repitiendo:

0	1	2	3	4	5	...
1	2	1	-1	-2	-1	...

$2024=337\cdot 6+2$, luego $f(2024)=f(2)=1$ (D)

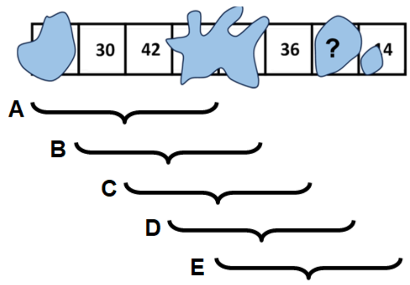
27

Una tira de papel consta de 8 cuadrados. Inicialmente cada cuadrado contiene el número 0. En cada movimiento elegimos 4 cuadrados consecutivos y sumamos uno a cada uno de los números de esos cuadrados. La figura muestra el resultado después de varios movimientos de este tipo, pero desafortunadamente cayó tinta en algunos cuadrados. ¿Qué número está escrito en el cuadrado con el signo de interrogación?



(A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) Ninguno de los anteriores

Marcamos con A, B, C, D y E las “zonas de influencia” de cuatro cuadrados consecutivos y el número de veces que se ha realizado el movimiento en esta zona.



Está claro que

$$\left.\begin{array}{l} A+B=30 \\ A+B+C=42 \end{array}\right\} \Rightarrow C=12$$

$$C+D+E=36 \Rightarrow 12+D+E=36 \Rightarrow D+E=24$$

y D+E es precisamente el dato que buscamos.

28

Una función f: R → R satisface que f(20 − x) = f(22 + x), para todo x real. Se sabe que f tiene exactamente dos raíces. ¿Cuál es la suma de estas dos raíces?

(A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) Ninguno de los anteriores

Supongamos que $f(a)=0$. Entonces:

$$0=f(a)=f(20-(20-a))=f(22+(20-a))=f(42-a)$$

Puesto que la función solo tiene dos raíces, forzosamente $42-a$ será la segunda raíz, y por tanto la suma de las dos raíces será $a+42-a=42$ (E).

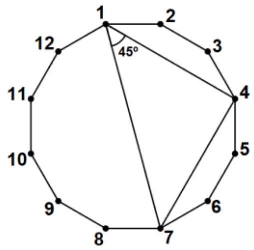
https://youtu.be/9VZsMGkRTkE

29

Con doce puntos que están equidistantes en una circunferencia. ¿Cuántos triángulos con un ángulo de 45º se pueden formar eligiendo tres de estos puntos?

(A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84 (E) 96

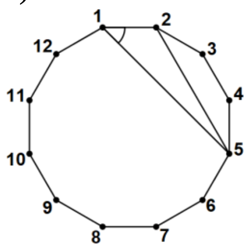
a) El primer triángulo con un ángulo de 45º que se nos ocurre es el ángulo rectángulo isósceles:



Hay 12 triángulos de este tipo.

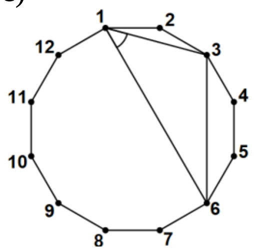
Puesto que ángulos iguales abarcan arcos iguales (★59), tendremos ángulos de 45º cuando el ángulo abarque 3 segmentos consecutivos. Luego se dan, además, los siguientes casos:

b)



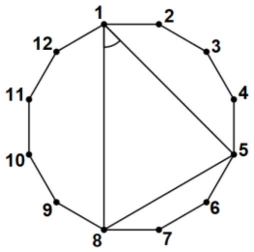
Hay 24 triángulos de este tipo.

c)



Hay 24 triángulos de este tipo.

d)



Hay 24 triángulos de este tipo.

En total hay $24 \cdot 3 + 12 = 84$ triángulos.

https://youtu.be/uDAOZwjn-pg

30

Un número de cuatro dígitos

$$\overline{abcd}$$

satisface la ecuación:

$$\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$$

¿Cuál es el valor de a?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Observemos los primeros valores de n^n.

$6^6 \geq 10000$ y no hace falta tenerlo en cuenta, luego podemos utilizar los siguientes cinco números:

$1^1 = 1$, $2^1 = 4$, $3^3 = 27$, $4^4 = 256$, $5^5 = 3125$

La única manera de obtener un número $\overline{abcd} \geq 1000$ sin utilizar $5^5 = 3125$ sería $4^4 + 4^4 + 4^4 + 4^4 = 1024$ llegando a contradicción.
Luego para obtener un número entre 1000 y 9999 sumando cuatro de estos cinco números vemos que la clave es usar forzosamente al menos una vez $5^5 = 3125$, pero solo una vez, pues de lo contrario obtendríamos un número con $a \geq 6$, y ya hemos dicho que $6^6 \geq 10000$.
Y utilizando solo una vez $5^5 = 3125$ vemos que forzosamente este número empezará por 3. Así que la respuesta correcta es B.

Observación: Se puede comprobar (mediante fuerza bruta por ordenador o por algún método más elegante, que la única solución aceptable es 3435).

https://youtu.be/c0hDPtjwDL8